

1. Oldja meg a következő egyenletrendszert:

$$\begin{cases} \frac{x}{x+2} = \frac{y+1}{y-1}, \\ \frac{1}{x-3} = \frac{2}{y+1}. \end{cases}$$

4.25.

2. Az $ABCD$ paralelogramma AB oldala és BD átlója merőlegesek egymásra; $AB = BD = 10$. Számítsa ki a paralelogramma területét, szögeit, AD oldalának és AC átlójának a hosszát!

4.26.

3. Oldja meg a következő egyenleteket a valós számok körében:

$$\text{a) } x^2 + \frac{1}{x-4} = 4x + \frac{1}{x-4}; \quad \text{b) } \sqrt{x^2 - 4x + 4} = x - 2; \quad \text{c) } \sin 2x = 2 \sin(x + \pi) \cos(x + \pi).$$

4.27.

4. Egy kör középpontjától 10 egység távolságra lévő pontból érintőket húzunk a körhöz. Mekkora a kör sugara, ha az érintési pontokat összekötő húr hossza 9,6 egység?

4.28.

5. Egy rombusz egyik átlója a másik átlójának kétszerese; a rövidebbik átló végpontjai: $A(6; -4)$ és $C(-2; 6)$. Határozza meg a hiányzó csúcsok koordinátáit!

4.29.

6. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok körében:

$$\lg(4 \cdot 5^x + 20) - \lg 4 = -2 + \lg[125(25^{x-1} - 1)].$$

4.30.

7. Egy a élű kockán kiválasztunk két szemközti lapot, és mindkét lap középpontját összekötjük a szemközti lapon lévő csúcspontokkal. Bizonyítsa be, hogy az így nyert két gúla oldalélei páronként metszik egymást, és számítsa ki a két gúla közös részének térfogatát!

4.31.

8. Bizonyítsa be, hogy ha az $y = ax^2 + bx + c$ másodfokú függvény értéke minden egész x -re egész, akkor a $2a$, az $a + b$ és a c is egész! Igaz-e ennek a tételnek a megfordítása?

4.32.