

1. Mekkora az n , ha az első n pozitív páros szám összegének és az első n pozitív páratlan szám összegének a hányadosa $\frac{21}{20}$?
8.12. 10 pont

2. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletrendszert:

$$\begin{cases} 8^{2x+1} = 32 \cdot 2^{4y-1}; \\ 5 \cdot 5^{x-y} = \sqrt{25^{2y+1}}. \end{cases}$$

8.13.

10 pont

3. Mely valós számokra értelmezhetők a következő kifejezések:

$$\text{a) } \lg \lg \sqrt{x}; \quad \text{b) } \lg \sqrt{\lg x}; \quad \text{c) } \sqrt{\lg \lg x}?$$

8.14.

12 pont

4. Az $ABCD$ téglalapban $AB = 2,4BC$. A téglalapot az A csúcsból mint középpontból úgy nagyítjuk, hogy az új téglalap területe az eredetinek $\frac{9}{4}$ -szerese legyen. A nagyítás következtében a téglalap átlója 13 egységgel hosszabbodik. Mekkora az $ABCD$ téglalap oldalai?
8.15. 12 pont

5. Az $OABC$ háromoldalú gúla ABC alaplapja egyenlő szárú derékszögű háromszög, mégpedig $ABC \angle = 90^\circ$. Az $OC = 3\sqrt{3}$, és ez az oldalél merőleges az alaplap síkjára. Az OAB oldallap az alaplap síkjával 60° -os szöget zár be. Számítsa ki a gúla felszínét és térfogatát!
8.16. 13 pont

- g
6. Legyen $ABCD$ egy síkbeli négyszög. Adjon eljárást annak a P pontnak a szerkesztésére, amelyre

$$\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} + \vec{PD} = \mathbf{0}!$$

8.17.

13 pont

7. Hogyan kell megválasztani az $x^2 + px + q$ polinomban p és q értékét, ha azt akarjuk, hogy ezt a polinomot egy alkalmasan választott másodfokú polinommal szorozva az $x^4 + 1$ polinomot kapjuk?
8.18. 14 pont

8. Oldja meg az egész számok halmazán a következő egyenletet:

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}(3x - \sqrt{9x^2 - 16x - 80})\right) = 1.$$

8.19.

16 pont

- sz
6. Az y tengellyel párhuzamos tengelyű és felfelé nyíló parabola átmegy az $A(5;4)$ ponton, és érinti az x tengelyt. Az A pontban a parabolához húzható érintő merőleges a $\mathbf{v}(4; -1)$ vektorra. Írja fel a parabola egyenletét!
8.20. 14 pont

7. Igazolja, hogy egy háromszög akkor és csak akkor derékszögű, ha hegyesszögeire fennáll a

$$\sin \alpha + \sin \beta = \cos \alpha + \cos \beta$$

összefüggés!

8.21.

14 pont

8. Bizonyítsa be, hogy az

$$a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$$

sorozat minden eleme nagyobb az előzőnél, de kisebb 1-nél!

8.22.

15 pont