

1. Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét zsebszámológép, illetve függvénytáblázat használata nélkül:

$$\frac{5 \cdot 8^{-\frac{2}{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\sin \frac{16\pi}{3}\right)^3}{\log_4 2}.$$

8.96.

9 pont

2. Az $ABCD$ paralelogramma A és B csúcsai: $A(1; 4)$ és $B(6; 6)$. A BC oldalegyenes egy pontja $P(10; 18)$, a CD oldalegyenes egy pontja $R(-1; 11)$. Mekkora a paralelogramma kerülete?

8.97.

11 pont

3. Egy egyenlő szárú háromszög alapjának hossza 36, szárainak hossza 30. Mekkora a háromszög súlypontjának a háromszög köré írt kör középpontjától mért távolsága?

8.98.

12 pont

4. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen értelmezhető az alábbi kifejezés:

$$\text{a) } \frac{\sqrt{x^2 + 4x - 5}}{|x + 2| - 3}; \quad \text{b) } \lg(1 - \sin(2x)).$$

8.99.

13 pont

5. Egy háromoldalú gúla alaplappja szabályos háromszög, oldallapjai egybevágó, egyenlő szárú háromszögek. Az egyik oldalélen átmenő és ezzel szemközti alapélre merőleges síkmetszet területe 150 cm^2 . A gúla térfogata 1500 cm^3 . Mekkora szöget zár be egy-egy oldallap az alaplappal?

8.100.

13 pont

g

6. Ábrázolja derékszögű koordináta-rendszerben azoknak a $P(x; y)$ pontoknak a halmazát, amelyeknek a koordinátái kielégítik a következő feltételt:

$$\text{a) } |x| \leq |y|; \quad \text{b) } |x + 1| + |y + 1| \leq 2.$$

8.101.

13 pont

7. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán:

$$\begin{cases} x^{\log_8 y} + y^{\log_8 x} = 4; \\ \log_4 x - \log_4 y = 1. \end{cases}$$

8.102.

14 pont

8. Legyen O a sík valamely pontja, továbbá $\vec{OA}$; $\vec{OB}$ és $\vec{OC}$ a síknak olyan egységvektorai, hogy az O pont az A ; B ; C pontok által meghatározott háromszögön kívül helyezkedik el! Bizonyítsa be, hogy

$$|\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}| > 1.$$

8.103.

15 pont

sz

6. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán:

$$2 \log_x \left(\frac{1}{4}\right) + \log_4 \left(\frac{1}{x}\right) \leq -3.$$

8.104.

13 pont

7. Az ABC háromszög AA_1 súlyvonala merőleges AB -re. Jelöljük a háromszög BC ; AC és AB oldalának hosszát rendre a -val, b -vel és c -vel! Fejezze ki a CAB szög cosinusát b és c , a BCA szög cosinusát pedig a és b függvényeként!

8.105.

14 pont

8. Legyenek a és b olyan valós számok, hogy $a > b$ és $ab = 1$. Bizonyítsa be, hogy

$$\frac{a^2 + b^2}{a - b} \geq 2\sqrt{2}.$$

8.106.

15 pont