

1. Ha 101 darab egymást követő páratlan szám összege 12827, akkor mekkora közülük a legkisebb és a legnagyobb?
8.85. 9 pont
2. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletrendszert:

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = \frac{5}{2}; \\ xy = \frac{\sqrt{6}}{2}. \end{cases}$$

8.86. 10 pont

3. A koordináta-rendszer O kezdőpontjának tükörképe az $A(5; 5)$ pontra O_1 , az O_1 tükörképe a B pontra O_2 , és O_2 tükörképe a $C(1; 7)$ pontra ismét az O kezdőpont. Számítsa ki B koordinátáit, és bizonyítsa be, hogy az $OABC$ négyszög rombusz!
8.87. 13 pont

4. Az ABC hegyesszögű háromszög AB oldala 16, a hozzá tartozó magasság 12. A háromszögbe olyan egyenlő szárú derékszögű háromszöget írunk, amelynek átfogója párhuzamos AB -vel, derékszögű csúcsa AB -n, másik két csúcsa pedig AC -n, illetve BC -n van. Mekkora a beírt háromszög oldalai?
8.88. 13 pont

5. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$\sin x + \cos x = \sin(2x) + \frac{1}{2}.$$

8.89. 13 pont

g

6. Mely x helyeken vesznek fel pozitív értékeket a következő kifejezések:

$$\text{a) } 2^x + 2^{-x} - \frac{17}{4}; \quad \text{b) } 2 + \log_{\frac{1}{3}}(5x - 1)?$$

8.90. 13 pont

7. Az $ABCD$ téglalap AB oldala háromszorosa a BC oldalnak. Egy belső P pont távolsága a B ; A ; D csúcsoktól rendre $PB = 4\sqrt{2}$; $PA = \sqrt{2}$; $PD = 2$. Mekkora a téglalap területe?
8.91. 14 pont

8. Bizonyítsa be, hogy tetszőleges háromszög esetén a háromszög oldalegyeneseit kívülről érintő kör középpontját a háromszögbe írt kör középpontjával összekötő szakasz felezőpontja a háromszög köré írt körön van!
8.92. 15 pont

sz

6. Bizonyítsa be, hogy ha az $ax^2 + bx + c = 0$ másodfokú egyenletben a két gyök négyzetének különbsége $\frac{c^2}{a^2}$ -tel egyenlő, akkor $b^4 - c^4 = 4ab^2c$!
8.93. 13 pont

7. Egy kocka csúcsait az ábrán látható módon jelöltük meg. [PQRS alatt TUVW.] Legyen a $TUVW$ lap középpontja A , az $UVRQ$ lapé pedig B . Az UV él a PAB síkot az X pontban metszi. Mekkora az $\frac{UX}{VX}$ hányados értéke?
8.94. 14 pont

8. Az x ; y és z valós számokra teljesülnek a következő összefüggések:

$$x + y = z - 1; \quad xy = z^2 - 7z + 10.$$

Az x ; y ; z mely értékei esetén lesz maximális az $x^2 + y^2$ összeg?

8.95. 15 pont