

1. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$\sqrt{1 + x\sqrt{x^2 - 24}} = x - 1.$$

8.169.

9 pont

2. Egy számtani sorozat első három elemének összege 105. Ha az első két számot változatlanul hagyjuk és a harmadik számhoz 180-at adunk, akkor egy mértani sorozat első három eleméhez jutunk. Számítsa ki a sorozat első három elemét!

8.170.

11 pont

3. Mely valós számok elégítik ki a következő egyenletet:

$$\lg(4^{x-2} + 9) - \lg(2^{x-2} + 1) + \lg 2 - 1 = 0?$$

8.171.

12 pont

4. Egy háromszög egyik szöge egyenlő a másik két szög összegével. A háromszög köré írható kör sugara 6, a legkisebb oldalra rajzolt négyzet területe egyenlő a háromszög területével. Számítsa ki a háromszög területét!

8.172.

12 pont

5. Az ABC háromszögben $AB = BC$. Jelölje a BC felezőpontját F , a BC oldalhoz tartozó magasság talppontját T . Számítsa ki a B és C csúcs koordinátáit, ha $A(-2; 1)$, $T(16; 1)$ és F második koordinátája 13.

8.173.

14 pont

A

6. Legyenek $x; y; z$ olyan valós számok, hogy $xyz = 1$ és $1 + z + zx \neq 0$. Igazolja, hogy az

$$\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx}$$

kifejezés értelmezve van, és értéke független az $x; y; z$ választásától!

8.174.

12 pont

7. Egy háromszög szögeinek tangensei úgy aránylanak egymáshoz, mint 1:2:3. Hogyan aránylanak egymáshoz a háromszög oldalai?

8.175.

15 pont

8. Az $ABCD$ négyszög síkjában tetszőlegesen felvett P pontnak A -ra vonatkozó tükörképe Q , a B -re vonatkozó tükörképe pedig R . Bizonyítsa be, hogy az $ABCD$ négyszög akkor és csak akkor paralelogramma, ha Q -nak D -re vonatkozó tükörképe egybeesik R -nek C -re vonatkozó tükörképével!

8.176.

15 pont

B

6. Az $ABCD$ téglalapban $AB = 2a$ és $BC = a$. Az AB és AD oldalak mint átmérők fölé köröket rajzolunk; ezeknek a téglalap belsejébe eső metszéspontja M . Mutassa meg, hogy M a BD átlón van! Mekkora az MA , MB és MD szakaszok hossza?

8.177.

13 pont

7. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$x^2 + 2x \sin(xy) + 1 = 0.$$

8.178.

14 pont

8. Igazolja, hogy ha az a és b valós számok összege 1, akkor

$$a^4 + b^4 \geq \frac{1}{8}.$$

8.179.

15 pont