

1. Egy kör sugara 10 egység, a kör C pontjához húzható érintő a kör CB húrjával 30° -os szöget zár be. Számítsa ki az ABC háromszög területét és kerületét, ha az AC oldal a kör egyik átmérője!

9.12.

9 pont

2. Mely valósszám-párok elégítik ki a következő egyenletrendszert:

$$\begin{cases} \log_{12} x + \log_{12} y = 1 + \log_{12} 5; \\ \lg(2y - 10) = 1 - \lg 5? \end{cases}$$

9.13.

11 pont

3. Egy számtani sorozat első tíz elemének összege 155, az első és a hetedik elemének szorzata egyenlő a második és a harmadik elemének a szorzatával. Számítsa ki a sorozat első tíz elemét!

9.14.

12 pont

4. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenséget:

$$\sqrt{x} - \sqrt{x-5} > 2.$$

9.15.

12 pont

5. Egy 10 egység oldalú $ABCD$ négyzet minden csúcsát kösse össze a csúcsot nem tartalmazó két oldal felezőpontjával. E nyolc szakasz mindegyikén 4-4 belső metszéspont keletkezett. Ezen metszéspontok közül a 2-2 középső (a $P; Q; R; S; T; U; V; X$ pontok) egy nyolcszöget határoznak meg. Mekkora ennek a nyolcszögnek a területe?

9.16.

13 pont

6. Számítsa ki a

$$\cos(\pi x^2) = \cos(\pi(x^2 + 2x + 1))$$

egyenlet legkisebb pozitív gyökét!

9.17.

13 pont

7. Az $ABCD$ rombusz oldala 5 egység. Az A és C csúcs az

$$y = x^2 + 7x + 10$$

egyenletű parabolán van, a B csúcs a parabola fókuszpontja. Mekkora a rombusz területe?

9.18.

15 pont

8. Bizonyítsa be, hogy ha valamilyen $(x; y)$ valósszám-párra $x^2 + y^2 = 1$, akkor $|x + y| \leq \sqrt{2}$. Mely számokra áll fenn az egyenlőség?

9.19.

15 pont