

1. Egy derékszögű háromszög befogóinak a hossza 3 és $3\sqrt{3}$ egység. Mekkora a kerülete és a területe annak a körszeletnek, amelyet a háromszög kisebbik befogója a háromszög köré írt körből levág? (A körszelet kisebb a félkörnél.)
9.82. 10 pont

2. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$\operatorname{ctg} x - \sin(2x) = \operatorname{ctg} x \cos(2x).$$

9.83.

10 pont

3. Négy testvért életkorukról kérdeznek. A legidősebb ezt mondja: „Születési éveink egy számtani sorozat első négy elemét adják”. A korban utána következő pedig: „15 évvel ezelőtt testvéreim életkora egy mértani sorozat első három elemével volt egyenlő, most pedig életkoruk összege $\frac{11}{4}$ -szerese az enyémnek”. Számítsa ki a testvérek jelenlegi életkorát!
9.84. 12 pont

4. Egy háromszög AB oldala 10, a hozzá tartozó súlyvonal 6, egy másik súlyvonala pedig 9 egység. Mekkora a háromszög AC és BC oldala?
9.85. 12 pont

5. Adott az

$$x^2 + y^2 - 2x - 25 = 0$$

egyenletű kör két pontja: $A(-4; -1)$ és $B(6; 1)$; a kör AC és BC húrjai hosszának aránya 3:2. Határozza meg a C pont koordinátáit!

9.86.

13 pont

6. Egy gömb köré csonkakúpot írunk úgy, hogy a csonkakúp alap- és fedőköre egy-egy pontban, palástja pedig egy körben érinti a gömböt. Mekkora a csonkakúp térfogatának és felszínének a hányadosa, és mekkora az alap- és fedőkör sugarainak a szorzata, ha a gömb sugara 6 egység?
9.87. 14 pont

7. A p valós paraméter mely értékeire van megoldása az

$$1 + \frac{x}{x-p} = \frac{2p}{x+p} + \frac{2x^2 - 4x + 9p^2}{x^2 - p^2}$$

egyenletnek? Milyen p értékekre lesz az egyenlet gyöke p -nél kisebb?

9.88.

14 pont

8. Bizonyítsa be, hogy ha n pozitív egész szám, akkor

a) 81 osztója a $10^n(9n-1)+1$;

b) 1990 osztója a $(600^n - 3^n)(n^5 - n)$

kifejezésnek!

9.89.

15 pont