

1. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$\sqrt{4x+9} = 5 + \sqrt{x-6}.$$

10.1.

8 pont

2. Az egységnyi oldalú $ABCD$ négyzet AB ; BC ; CD és DA oldalán rendre vegye fel az E ; F ; G ; H pontokat úgy, hogy $AE = \frac{1}{2}$, $BF = \frac{1}{3}$, $CG = \frac{2}{3}$ és $DH = \frac{1}{2}$ legyen. Számítsa ki az $EFGH$ négyszög szögeit, területét, területét!

10.2.

11 pont

3. Számítsa ki a következő kifejezések pontos értékét közelítő értékek használata nélkül, ha $\operatorname{tg} \alpha = 2$ és $0^\circ < \alpha < 180^\circ$:

$$\text{a) } \frac{1 + \sin(2\alpha)}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}; \quad \text{b) } \frac{1 - \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha}{\cos^4 \alpha}.$$

10.3.

12 pont

4. Egy k kör középpontjának abszcisszája -1 . Az $A(7; 4)$ pontból induló AB átmérő B végpontja az x tengelyen van. Írja fel a k kör egyenletét! Számítsa ki az AB átmérőre merőleges átmérő végpontjainak koordinátáit!

10.4.

13 pont

5. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenségeket:

$$\text{a) } (x+2)\sqrt{x^2-2x+3} \geq 0; \quad \text{b) } 2 \log_5 \sqrt{x} \geq 2 + \log_x \frac{1}{5}.$$

10.5.

13 pont

6. Forgasson meg egy egyenlő szárú háromszöget egyik szára, majd az alapja körül. Jelölje V_1 , illetve V_2 az így keletkezett forgástestek térfogatát. Számítsa ki a háromszög szögeit, ha

$$V_1 : V_2 = 3 : 7!$$

10.6.

14 pont

7. Adja meg azokat az a ; b ; c számjegyeket, amelyekre fennáll, hogy az egyjegyű $\widehat{a}$; a kétjegyű $\widehat{ba}$ és a háromjegyű $\widehat{cba}$ szám egy mértani sorozat egymást követő elemei!

10.7.

14 pont

8. Legyen P és Q az ABC háromszög AB , illetve AC oldalán lévő két belső pont úgy, hogy $BP = CQ$. Jelölje a BC oldal felezőpontját E , a PQ szakasz felezőpontját F . Igazolja, hogy az EF egyenes párhuzamos az ABC háromszög A csúcsából induló belső szögfelezőjével!

10.8.

15 pont