

1. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$\frac{x-1}{x^2-1} - \frac{x^2-x}{x^2-2x+1} = \frac{x^2+1}{1-x^2}.$$

10.71.

10 pont

2. Számítsa ki az A^B kifejezés pontos értékét közelítő értékek használata nélkül, ha

$$A = \left(\frac{\cos(\frac{12k+1}{6}\pi)}{\operatorname{tg} \frac{8\pi}{3}} \right)^2 \quad \text{és} \quad B = \frac{1 + \log_2 4}{1 + \log_{\frac{1}{3}} 27},$$

ahol k tetszőleges egész számot jelent.

10.72.

10 pont

3. Két koncentrikus kör középpontjától 15 egységre lévő szelő a kisebb körből akkora húrt metsz ki, amelyik $\frac{2}{5}$ része a nagyobb körből kimetszett húrnak. Mekkora a két kör sugara, ha az egyik 8 egységgel nagyobb, mint a másik?

10.73.

12 pont

4. Egy derékszögű háromszög átfogójának egyik végpontja: $A(-2; 2)$, másik végpontja a B pont, amelynek ordinátája 4. Az egyik befogó egyenlete $x + y = 10$. Számítsa ki az átfogóhoz tartozó magasság hosszát!

10.74.

13 pont

5. András és Béla együtt 1 millió Ft-ot örökölt. András takarékbetétkönyvet nyitott, és egy év múlva 96 ezer Ft kamatot kapott. Béla a takarékbetéténél 2%-kal magasabb kamatozású hitellevelet vásárolt, és egy év múlva 72 ezer Ft kamatot kapott. Mennyi volt külön-külön András és Béla öröksége?

10.75.

13 pont

6. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenséget:

$$\sqrt{-x^2 + 6x - 5} > 8 - 2x.$$

10.76.

13 pont

7. Egy nem-egyenlő szárú derékszögű háromszöget a rövidebb befogója körül megforgatva olyan forgástest keletkezik, amelynek a felszíne 300π , a térfogata 240π . Mekkora a háromszög oldalai?

10.77.

14 pont

8. Jelölje x_1 és x_2 az $x^2 - a^2x + ab = 0$ egyenlet gyökeit, x_3 és x_4 pedig az $x^2 + ax + b = 0$ egyenlet gyökeit. Határozza meg az összes olyan a, b valósszám-párt, amelyre egyidejűleg teljesülnek a következő feltételek:

I. $x_1 - x_3 = 1$ és $x_2 - x_4 = 1$;

II. x_1, x_2, x_3, x_4 olyan valós számok, hogy $x_1 \geq x_2$ és $x_3 \geq x_4$.

A feltételeknek megfelelő minden a, b valósszám-párhoz adja meg a hozzá tartozó x_1, x_2, x_3, x_4 gyököket is.

10.78.

15 pont