

1. Oldja meg a valósszám-párok halmazán a következő egyenletrendszert:

$$\begin{cases} \frac{1}{x-3} + \frac{2}{y} = \frac{1}{(x-3)y}; \\ y^2 - 4(y-x) = 9. \end{cases}$$

10.63.

9 pont

2. Az $ABCD$ téglalap D csúcsán átmenő és az AC átlóra merőleges egyenes az AB szakaszt az E pontban metszi. Az AE szakasz hossza $\frac{9}{2}$ egység, a téglalap területe 48 területegység. Számítsa ki a téglalap oldalainak hosszát és átlóinak szögét!

10.64.

11 pont

3. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket:

$$\text{a) } |3\sqrt{x} - 1| = 3; \quad \text{b) } 2x - 11 = \frac{2|\cos x|}{\cos x}, \text{ ha } x \in [\pi; 2\pi]; \quad \text{c) } x^2 - 7 = 3\sqrt{x^2 - 2x + 1}.$$

10.65.

12 pont

4. Az $(x-5)^2 + (y-12)^2 = 169$ egyenletű kör 10 abszcisszájú pontjaiban húzott érintői mely pontban és mekkora szögben metszik egymást?

10.66.

13 pont

5. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$2(\lg 2 - 1) + \lg(x^3 + 1) = \lg\left(\frac{5}{x^3} + 5\right).$$

10.67.

13 pont

6. Egy egyenlő szárú háromszög szárának, alapjának, az alaphoz tartozó magasságnak és a háromszög területének számértéke a megadott sorrendben egy mértani sorozat első négy eleme. Mekkora a háromszög oldalai?

10.68.

13 pont

7. Az m paraméter mely egész értékénél lesz a

$$9^x + 2(m+3) \cdot 3^x + m^2 = 22$$

egyenletnek két különböző gyöke a valós számok halmazán? Adja meg a lehetséges gyökök számértékét is!

10.69.

14 pont

8. Egy szabályos tetraéder alaplajának belsejében válasszunk ki egy tetszőleges P pontot, és ebben a pontban állítsunk merőlegest az alaplaj síkjára. Ez a merőleges az oldallapok síkjait rendre az X , Y és Z pontokban metszi. Bizonyítsa be, hogy a $PX + PY + PZ$ összeg független P választásától!

10.70.

15 pont