

1. Mely valós x, y számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert:

$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{xy}; \\ x^2 + y^2 = 1? \end{cases}$$

8 pont

2. Egy mértani sorozat ötödik és hatodik elemének az összege, valamint hetedik és ötödik elemének különbsége egyaránt 48-cal egyenlő; az első n elem összege 1023. Mekkora az n ?

12 pont

3. Határozza meg külön-külön a a valós számoknak azt a legbővebb részhalmazát, amelyen az alábbi kifejezések értelmezhetők:

$$\text{a) } \frac{1}{x^3 - x^2 - 2x}; \quad \text{b) } \sqrt{x^3 - x^2 - 2x}; \quad \text{c) } \lg(x^3 - x^2 - 2x).$$

12 pont

4. Egy trapéz átlói merőlegesek egymásra. Párhuzamos oldalainak hossza 17 és 34, egyik szára $\sqrt{964}$. Mekkora a trapéz másik szára, területe és magassága?

13 pont

5. Írja fel annak a körnek az egyenletét, amely érinti az x tengelyt, és a $P(4; 8)$ pontban belülről érinti az $(x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 100$ egyenletű kört!

13 pont

6. Oldja meg a $\cos 2x + \sqrt{3} \cos x - 2 \leq 0$ egyenlőtlenséget a $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ feltételt kielégítő valós számok halmazán!

13 pont

7. Határozza meg az

$$x \mapsto f(x) = |x - 1| + |x^2 - 6x + 8| \quad (x \in \mathbb{R})$$

függvény legkisebb helyettesítési értékét!

14 pont

8. Határozza meg azoknak a pontoknak a halmazát a síkon, amelyeknek $(x; y)$ koordinátái kielégítik a következő egyenletet:

$$\frac{x^3 y + x y^3}{\sqrt{4 - x^2} \cdot \sqrt{4 - y^2}} = \frac{4xy}{\sqrt{(x^2 - 4)(y^2 - 4)}}.$$

15 pont