

1. Két egymást kívülről érintő kör középpontjának távolsága 4 cm. A körök területének összege $\frac{80\pi}{9}\text{cm}^2$. Mekkora a körök sugara?

9 pont

2. Mely valós x számok elégítik ki a következő egyenletet:

$$\log_3(x+4) + \log_3(x-1) = 1 + \log_3 2?$$

10 pont

3. Mely valós x számok elégítik ki a következő egyenlőtlenséget:

$$\frac{|x+3|+x}{x+2} > 1?$$

13 pont

4. Határozza meg mindazokat az x valós számokat, amelyekre teljesül, hogy $0 \leq x \leq 2\pi$ és

$$\sqrt{1 - \cos^2 x} - \cos 2x = 0.$$

13 pont

5. Az $x^2 + y^2 = 4$ és az $(x-8)^2 + (y-5)^2 = 9$ egyenletű kör középpontját összekötő szakasz mely pontjából húzható közös érintő a két körhöz? Írja fel az érintőegyenese egyenletét!

13 pont

6. A természetes számok növekvő sorozatából kiválasztunk egy számot, azután a nála 8-cal nagyobbat, és így tovább minden nyolcadikat addig, amíg a kiválasztott számok összege 473 lesz. Hány számot választottunk ki, és mi volt az első szám?

13 pont

7. Melyek azok az x, y, z pozitív egész számok, amelyekre egyidejűleg teljesül a következő két egyenlőség:

$$\begin{cases} x + y + z = 12; \\ xy + xz + yz = 41? \end{cases}$$

14 pont

8. Jelölje K az ABC háromszög AB oldalának A -hoz közelebbi harmadolópontját, L a BC oldal B -hez közelebbi harmadolópontját, Q pedig az AL és CK szakaszok metszéspontját. Hányadrésze az ABC háromszög területének az AQB és BQC háromszög területe, és milyen arányban osztja a Q pont az AL , illetve a CK szakaszt?

15 pont