

1. Mely valósszám-párok elégítik ki a következő egyenletrendszert:

$$\begin{cases} \frac{3}{x} - 2y = 1; \\ -2x + \frac{3}{y} = 3? \end{cases}$$

9 pont

2. Egy egyenlő szárú háromszög súlyvonalainak a hossza 90, 51, 51. Mekkora a háromszög oldalai és szögei?

11 pont

3. Mely valós x számok elégítik ki a következő két egyenletet:

$$\text{a) } \frac{9^x}{4^x} + \frac{4^x}{9^x} = \frac{13}{6}; \quad \text{b) } \frac{2x^2 + 4}{3x + 2} + \frac{3x + 2}{2x^2 + 4} = \frac{13}{6}?$$

12 pont

4. Egy pénzintézetbe 1989., 1990. és 1991. január 1-jén 100-100 ezer Ft-ot tett be egy ügyfél. 1994., 1995. és 1996. január 1-jén egyenlő összegeket vett ki, és ezzel betétállománya 0-ra csökkent. Számítsa ki, hogy mekkora volt a három kivett összeg, ha a kamatláb minden évben 30% volt!

13 pont

5. Az a valós paraméter mely értékeire lesz a következő egyenlőtlenségrendszernek egy valósszám-pár a megoldása, és ezekre az értékekre mi az egyetlen megoldás?

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x \leq 1 \\ x - y + a = 0 \end{cases}$$

13 pont

6. Az ABC háromszög csúcsainak koordinátái: $A(0; 9)$, $B(0; 0)$, $C(4; 0)$. Határozza meg annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $P(12; 0)$ ponton, és két egyenlő területű részre osztja az ABC háromszöget!

14 pont

7. Mutassa meg, hogy a

$$K = \sqrt{5x - 4 - x^2} |\log_2 y| + \frac{|\log_y 2|}{\sqrt{4x - 3 - x^2}}$$

kifejezés értéke nagyobb $\sqrt[4]{24}$ -nél!

14 pont

8. Határozza meg azokat az a és b egész számokat, amelyekre teljesül, hogy

$$a + b + 20 = ab,$$

és az a , b , 21 hosszúságú szakaszokból háromszög szerkeszthető!

14 pont