

1. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$2x - 3\sqrt{x} = 2.$$

9 pont

2. Az $ABCD$ paralelogramma A csúcsánál lévő szög 30° -os. Szerkesszünk a BC és CD oldalak fölé kifelé BCX , illetve CDY szabályos háromszögeket. Számítsa ki az AXY háromszög oldalait, ha $AB = 11,5$ és $BC = 8\sqrt{3}$.

11 pont

3. Mely valósszám-párok elégítik ki a következő egyenletrendszert:

$$\begin{cases} 3 \cdot 4^{x+y} - 5 \cdot 2^{x-y} = \frac{91}{4}; \\ 5 \cdot 4^{x+y} - 4 \cdot 2^{x-y} = 39? \end{cases}$$

12 pont

4. Egy egyenes hengert a tengelyével párhuzamos síkkal elmeteszünk. A síkmetszet területe 96 , a tengelytől való távolsága 3 , a hengerpalást területe 120π . Mekkora a henger sugara és magassága?

13 pont

5. Melyek azok az $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ mértani sorozatok, amelyekben $a_1 \neq 0$, és minden n pozitív egész számra az $a_n = \frac{1}{6}(a_{n+2} - a_{n+1})$ egyenlőség érvényes?

13 pont

6. Egy háromszög két csúcspontja $A(-3; 0)$, $B(6; -12)$. A C csúcspont az $x^2 + y^2 - 16x - 4y + 43 = 0$ egyenletű körön van. Számítsa ki a C csúcspont koordinátáit úgy, hogy az így kapott ABC háromszög területe a lehető legkisebb legyen!

13 pont

7. A b befogójú egyenlő szárú derékszögű háromszög tetszőleges P belső vagy határpontja x, y, z távolságra van a háromszög oldalaitól. Mely P pontokra lesz az $x + y + z$ összeg minimális, illetve maximális?

14 pont

8. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} \cos x\right) - \operatorname{ctg}(\pi \sin x) = 0.$$

15 pont