

Hatvány, gyök, logaritmus

II. sorozat

0. Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét zsebszámológép, illetve függvénytáblázat használata nélkül:

$$\frac{5 \cdot 8^{-\frac{2}{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\sin \frac{16\pi}{3}\right)^3}{\log_4 2}.$$

1987. G 1.

1. Számítsa ki az A^B kifejezés pontos értékét közelítő értékek használata nélkül, ha

$$A = \left(\frac{\cos\left(\frac{12k+1}{6}\pi\right)}{\operatorname{tg} \frac{8\pi}{3}} \right)^2 \quad \text{és} \quad B = \frac{1 + \log_2 4}{1 + \log_{\frac{1}{3}} 27},$$

ahol k tetszőleges egész számot jelent.

1993. G 2.

2. Oldja meg a következő egyenleteket:

$$\text{a) } 3^{-4x} = \frac{1}{\sqrt{3}}; \quad \text{b) } \frac{9-3x}{x-3} - 1 = 0; \quad \text{c) } \frac{\lg 2^x}{x} = \lg 2; \quad \text{d) } \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4} = 1.$$

1973. N 3.

3. Oldja meg a következő egyenleteket:

$$\text{a) } 0,5^{\frac{x+1}{x-1}} = \frac{1}{32}; \quad \text{b) } \sqrt{\operatorname{ctg}^2 x} = -\operatorname{ctg} x; \quad \text{c) } \lg(0,5+x) = \lg 0,5 - \lg x.$$

1982. N 3.

4. Oldjuk meg a következő egyenletet:

$$\log_{x-1} x - \log_{x-1} 6 = 2.$$

1966. N 4.

5. Oldja meg a valósszám-párok halmazán a következő egyenletrendszert:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{5}{2}; \\ \log_3(x-y) + \log_3(x+y) = 1. \end{cases}$$

1991. N 5.

6. Oldja meg a következő egyenleteket:

$$\text{a) } \sqrt{2x} - \sqrt{18x} = 2; \quad \text{b) } 5^{x+3} \cdot 2^{x-1} = 375; \quad \text{c) } \frac{(\cos x + \sin x + 1)(\cos x + \sin x - 1)}{\sin 2x} = 1.$$

1976. G 4.

7. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen értelmezhető az alábbi kifejezés:

$$\text{a) } \frac{\sqrt{x^2 + 4x - 5}}{|x+2| - 3}; \quad \text{b) } \lg(1 - \sin(2x)).$$

1987. G 4.

8. Mely valós x -ekre igaz, hogy

$$\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} (6^{x+1} - 36^x) \geq -2?$$

1984. N g 7.

9. Számítsa ki az $\frac{1}{3^{2x-2} \cdot 3^{x-1} + 1}$ kifejezés legnagyobb és legkisebb értékét, ha $-2 \leq x \leq 0$!

1979. G sz 8.

10. Az m paraméter mely egész értékénél lesz a

$$9^x + 2(m+3) \cdot 3^x + m^2 = 22$$

egyenletnek két különböző gyöke a valós számok halmazán? Adja meg a lehetséges gyökök számértékét is!

1993. N 7.