







--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!**

**9.** Az  $A$  pont helyvektora:  $\overrightarrow{OA} (lg a; lg b)$ ; a  $B$  pont helyvektora:  $\overrightarrow{OB} \left( lg ab; lg \frac{b}{a} \right)$ , ahol  $a$  és

$b$  olyan valós számokat jelölnek, melyekre  $0 < a < 1$ , illetve  $1 < b$  teljesül.

**a)** Bizonyítsa be, hogy a  $B$  pont mindkét koordinátája nagyobb az  $A$  pont megfelelő koordinátájánál!

**b)** Bizonyítsa be, hogy az  $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$  vektor merőleges az  $\overrightarrow{OA}$  vektorral!

**c)** Mekkora az  $\overrightarrow{OA}$  és az  $\overrightarrow{OB}$  vektorok hajlásszöge?

**d)** Legyen  $a = \frac{1}{10}$ ,  $b$  pedig jelöljön tetszőleges 1-nél nagyobb valós számot. Adja meg (egyenletével, vagy a derékszögű koordináta-rendszerben ábrázolva) az  $A$ , illetve a  $B$  pontok halmazát!

<b>a)</b>	<b>3 pont</b>	
<b>b)</b>	<b>3 pont</b>	
<b>c)</b>	<b>4 pont</b>	
<b>d)</b>	<b>6 pont</b>	
<b>Ö.:</b>	<b>16 pont</b>	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**3.** Egy automatából 100 Ft értékű ital kapható, s az automatába csak 100 Ft-os érme dobható be. Az italautomata gyakran hibásan működik.

160 kísérletet végezve azt tapasztaljuk, hogy

- az esetek 18,75%-ában az automata elnyeli a pénzt, és nem ad italt;
- 90 esetben visszaadja a 100 forintost, anélkül, hogy italt adna;
- 30 esetben italt is ad és a 100 Ft-os érmét is visszaadja;
- és csak a fennmaradó esetekben működik rendeltetészerűen.

- Mekkora annak az esélye az adatok alapján, hogy egy százast bedobva az automata rendeltetészerűen fog működni?
- Minek nagyobb a valószínűsége: annak, hogy ingyen ihatunk, vagy annak, hogy ráfizetünk?
- Várhatóan mennyi lesz a ráfizetése annak, aki 160-szor próbál vásárolni ennél az automatánál?

a)	4 pont	
b)	5 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	13 pont	



--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

4. Állítsuk a pozitív egész számokat növekvő sorrendbe, majd bontsuk rendre 1-gyel növekvő elemszámú csoportokra, a felbontást az alábbi módon kezdve:

(1), (2; 3), (4; 5; 6), (7; 8; 9; 10), ...

- a) A 100-adik csoportnak melyik szám az első eleme?  
 b) Az 1851 hányadik csoport hányadik eleme?

a)	5 pont	
b)	9 pont	
Ö.:	14 pont	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!**

7. A dominókészleten a dominókövek mindegyikén az egy-egy „térfelel” elhelyezett pöttyök száma 0-tól egy megengedett maximális értékig bármilyen természetes szám lehet. A dominókövek két felén e számok minden lehetséges párosítása szerepel. Nincs két egyforma kő a készletben.

- a) Igazolja, hogy ha a pöttyök maximális száma 7, akkor a dominókészlet 36 kőből áll.  
 b) A 36 kőből álló dominókészletből véletlenszerűen kiválasztottunk egy követ. Mennyi a valószínűsége, hogy a kiválasztott kő két „térfelel” lévő pöttyök számának összege 8?  
 c) A 36 kőből álló dominókészletből ezúttal két követ választottunk ki véletlenszerűen. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a két dominókő a játék szabályai szerint egymáshoz illeszthető? (Két dominókő összeilleszthető, ha van olyan „térfelel”, amelyen a pöttyök száma ugyanannyi.)

a)	5 pont	
b)	3 pont	
c)	8 pont	
Ö.:	16 pont	



--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!**

**6.** A „TOJÁS” farmon átlagosan 10 000 tyúkot tartanak. Ezek egy év alatt mintegy 2,20 millió tojást tojnak.

A tenyésztők azt tapasztalták, hogy – valószínűleg a zsúfoltság csökkenése miatt – ha a tyúkok számát 4%-kal csökkentik, akkor az egy tojóra jutó átlagos tojástermelés 8%-kal nő.

**a)** A tyúkok számának 4%-os csökkentése után, mennyi lett a tojásfarmon az évi termelés?

Az a tapasztalat, hogy a tyúkok számának  $p$  %-kal történő csökkentése  $2p$  %-kal növeli az egy tyúkra vonatkozó tojásmennyiséget, csak  $p < 30$  esetén érvényes.

**b)** Hány százalékkal csökkentették a tyúkok számát, ha ezzel évi 8%-os termelésnövekedést értek el egy év alatt?

a)	5 pont	
b)	11 pont	
Ö.:	16 pont	