ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2007. május 8.

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2007. május 8. 8:00

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS MINISZTÉRIUM

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.

2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.

3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 9. feladatra nem kap pontot.

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!

5. **A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**

6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**

7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.

8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!

9. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!

11. Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!

I.

1. Oldja meg az alábbi egyenletrendszert! Az x és az y valós számokat jelölnek.

$$\left.\begin{array}{l}\log_2(2x+y)-\log_2(x-1{,}5y)=2\\ \log_3(x+y)+\log_3(x-y)=2+\log_3 5\end{array}\right\}$$

Ö.:	11 pont	

2. a) Ábrázolja a derékszögű koordináta-rendszerben az $y = 0{,}5\,x + 2$ és az $y = -\,0{,}5\,x + 4$ egyeneseket!

b) Az x tengely, az y tengely és a két ábrázolt egyenes közrefog egy konvex négyszöget. Mekkora ennek a négyszögnek a területe?

c) Az x tengely, az y tengely és a két ábrázolt egyenes hat metszéspontja közül négy egy konkáv négyszög négy csúcsa. Mekkora ennek a konkáv négyszögnek a kerülete?

a)	**2 pont**	
b)	**6 pont**	
c)	**5 pont**	
Ö.:	**13 pont**	

3. A Pécsre közlekedő vonat első osztályú fülkéjében hatan utaznak egy tudományos konferenciára. A vonat indulása után kiderül, hogy a hat ember között van kettő, aki mindenkit ismer az útitársak közül, a többiek pontosan négy-négy útitársat ismernek régebbről. (Az ismeretségek kölcsönösek.)

a) Szemléltesse gráffal az ismeretségeket!

b) Az ismerősök a fülkébe lépve kézfogással köszöntötték egymást. Hány kézfogás történt?

c) A hat útitárs három kétágyas szobában nyer elhelyezést. Hányféle szobabeosztást lehet készíteni a hat útitársnak, ha a szobák között nem teszünk különbséget?

a)	**4 pont**	
b)	**3 pont**	
c)	**6 pont**	
Ö.:	**13 pont**	

4. Az $ABCDEFGH$ téglatest élei: $AB = 10$; $AD = 8$; $AE = 6$. Legyenek az A csúcsból induló élvektorok rendre: $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$; $\overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AE} = \mathbf{c}$. Az A csúcsból e három élvektor, továbbá három lapátlóvektor és egy testátlóvektor indul ki. Adja össze ezt a hét vektort, az összegvektort jelölje $\overrightarrow{AP}$.

a) Fejezze ki $\overrightarrow{AP}$ vektort az **a**; **b** és **c** élvektorokkal!

b) Milyen hosszú az $\overrightarrow{AP}$?

c) Mekkora szöget zár be $\overrightarrow{AP}$ az $\overrightarrow{AE}$ vektorral?

d) Mennyi az $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AP}$ értéke, ha S a HFC háromszög súlypontja?

a)	**2 pont**	
b)	**3 pont**	
c)	**3 pont**	
d)	**6 pont**	
Ö.:	**14 pont**	

II.

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

5. Oldja meg az alábbi egyenletet, ahol a p paraméter valós számot jelöl!

$$\frac{x}{x^2-4} + \frac{p}{x^2+2x} + \frac{1}{2x-x^2} = 0$$

Van-e olyan p valós szám, amely esetén két különböző gyöke van az egyenletnek?
Van-e olyan p valós szám, amely esetén nincs gyöke az egyenletnek?

16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

6. Daninak két kedvenc tantárgya van, a matematika és a biológia.

a) Dani az egyik délután egy kisállat-kereskedés akváriumában megszámolta a nagy piros és a kis csíkos halakat. A nagy piros halak száma p, a kis csíkosaké c. Testvérének, Katának nem árulta el, hány halat számolt meg, de az alábbiakat elmondta neki:
„A 4, a p és a c számok ebben a sorrendben egy mértani, a p, a c és a 40 számok pedig ebben a sorrendben egy számtani sorozat egymás utáni tagjai."
Hány darab nagy piros és hány darab kis csíkos halat számolt meg Dani az akváriumban?

b) Dani vásárolt egy nagyon nagy akváriumot, és 100 darab apró halat telepített bele. A telepítés és a gondozás jól sikerült, minden hónapban 20 %-kal nőtt az állomány.
Dani minden második hónap végén eladta a halainak mindig ugyanannyi százalékát. A 24. hónap végén az akváriumában 252 darab hal maradt. Kéthavonta az állomány hány százalékát adta el Dani?

c) Kata kapott a születésnapjára Danitól 20 darab halat: 5 nagy pirosat és 15 kis csíkosat egy gömbakváriumba. A két gyerek növényeket helyezett el Kata akváriumába, és ehhez egy befőttes üvegbe kis időre átraktak 8 darab halat. A halak „kihalászása" találomra történt.
Mennyi annak a valószínűsége, hogy a 8 átrakott hal között éppen 3 darab nagy piros hal volt?

a)	**5 pont**	
b)	**7 pont**	
c)	**4 pont**	
Ö.:	**16 pont**	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

7. Egy önkormányzatnál 220 dolgozó bruttó bére augusztus hónapban az alábbi táblázat szerint alakult:

bér (ezer forintban)	68	108	154	184	225
dolgozók száma	25	65	70	44	16

a) Ábrázolja a 220 dolgozó bérének eloszlását oszlopdiagramon!
b) Mennyi az augusztusi bruttó bérek átlaga és szórása?
c) Mennyi az augusztusi nettó bérek átlaga? (A bruttó bér a nettó bér 165 %-a.)
d) Szeptemberben minden dolgozó bruttó bére 2500 Ft-tal nő. Hogyan változik a bruttó bérek szórása?

a)	**3 pont**	
b)	**6 pont**	
c)	**3 pont**	
d)	**4 pont**	
Ö.:	**16 pont**	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

8. Az f függvényt a $[0; 5]$ intervallumon értelmezzük: $f(x) = 3\cos x - \cos(-x)$.

a) Döntse el az alábbi állításokról, hogy igazak-e? A válaszait indokolja!

- Az f függvény korlátos.
- Az f függvény minimumhelye és legnagyobb értéke is irracionális szám.

b) Mekkora területű síkidomot határol az x tengely $[0; 5]$ intervalluma; az y tengely $[0; f(0)]$ intervalluma; az $x = 5$ egyenes $[0; f(5)]$ intervalluma és az f függvény görbéje?

a)	**6 pont**	
b)	**10 pont**	
Ö.:	**16 pont**	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

9. Melyek azok az N kétjegyű pozitív egész számok, amelyekre a következő négy állítás közül pontosan kettő igaz és kettő hamis:

- Az N osztható 7-tel.
- Az N a 29 többszöröse.
- Az $N+11$ négyzetszám.
- Az $N-13$ négyzetszám.

16 pont	

(Ezen az oldalon is készíthet vázlatokat, vagy megoldásokat.)

(Ezen az oldalon is készíthet vázlatokat, vagy megoldásokat.)

	a feladat sorszáma	elért pontszám	összesen	maximális pontszám
I. rész	1.			11
	2.			13
	3.			13
	4.			14
II. rész				16
				16
				16
				16
		← nem választott feladat		
	MINDÖSSZESEN			**115**

dátum

javító tanár

	a feladat sorszáma	elért pontszám	programba beírt pontszám
I. rész	1.		
	2.		
	3.		
	4.		
II. rész			

dátum

dátum

javító tanár

jegyző