

	a feladat sorszáma	maximális pontszám	elért pontszám	maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	1.	11	12		
	2.	12	14		
	3.	14	14		
	4.	14	16		
II. rész		16	16		
		16	16		
		16	16		
		16	16		
← nem válaszott feladat			64		
Az írásbeli vizsgarész pontszáma			115		

ELETTSÉGI VIZSGA • 2009. május 5.

2009. május 5. 8:00

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

<input type="checkbox"/>	Pötlapok száma
<input type="checkbox"/>	Tisztázati
<input type="checkbox"/>	Piszkozati

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS MINISZTERIUM

dátum	javító tanár	jegyző

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
 2. A feladatok megoldási sorrendje téteszleges.
 3. A II. részben kitüzzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorozamát írja be a dolgozat betjezesekor az alábbi négyzetbe!**
Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelmeűen*, hogy melyik feladat értékkelését nem kéri, akkor a 9. feladatra nem kap pontot.
- 
4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédesszököz használata tilos!
 5. **A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetet minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
 6. Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámlások is nyomon követhetők legyenek!
 7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a térel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb térel(ekre) való hivalkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.
 8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közelje!
 9. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
 10. minden feladatnál csak egyfélre megoldás értékkelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelmeűen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
 11. Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!

I.

1. Egy négyzet alapú egyenes hasáb alapéle 18 egység, testátlója $36\sqrt{2}$ egység.

- a) Mekkora szögét zár be a testátló az alaplappal?
- b) Hány területegység a hasáb felszíne? (A felszín mértőszámát egy tízesjegyre kerekítve adja meg!)

- c) Az alapé és a testátló hosszát - ebben a sorrendben - tekintük egy mértani sorozat első és negyedik tagjának! Igazolja, hogy az alaplap átlójának hossza ennek a sorozatnak második tagja!

a)	4 pont	
b)	3 pont	
c)	4 pont	
Ö:	11 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámat írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**8.** A K középpontú és R sugarú kört kívülről érinti az O középpontú és r sugarú kör ($R > r$).

A KO egyenes a nagy kört A és E , a kis kört E és D pontokban metszi. Forggassuk el a KO egyenest az E pont körül α hegyszöggel! Az elforgatott egyenes a nagy kört az E -től különböző B pontban, a kis kört C pontban metszi.

a) Készítsen ábrát! gazoja, hogy az $ABDC$ négyzetű trapéz!b) Igazolja, hogy az ABC háromszög területe $t = R \cdot (R + r) \cdot \sin 2\alpha$!c) Mekkora α szögnek lesz az ABC háromszög területe maximális, adott R és r esetén?

a)	5 pont	
b)	7 pont	
c)	4 pont	
Összesítés:	16 pont	

- 3.**
- a) Egy derékszögű háromszög egyik oldalegynese valamelyik koordinátatengely, egy másik oldalegynesének egyenlete $2x + y = 10$, egyik csúcsa az origó. Hány ilyen tulajdonságú háromszög van? Adj meg a hiányzó csúcsok koordinátáit!
- b) Jelölje e azokat az egyeneseket, amelyeknek egyenlete $2x + y = b$, ahol b valós paraméter. Mekkora lehet b értéke, ha tudjuk, hogy van közös pontja az így megadott e egyenesek és az origó középpontú, 4 egység sugarú körnek?

a)	6 pont	
b)	8 pont	
Ö::	14 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámat írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

7. András edzőtáborban készül egy úszóversenyre, 20 napon át. Azt tervezte, hogy naponta 10 000 métert úszik. De az első napon a tervezettnek 10%-kal többet, a második napon pedig az előző napinál 10%-kal kevesebbet teljesített. A 3. napon ismét 10%-kal növelte az előző napi adagját, a 4. napon 10%-kal kevesebbet edzett, mint az előző napon, és így folytatta, páratlan sorszámu napon 10%-kal többet, párson 10%-kal kevesebbet teljesített, mint a megelőző napon.

a) Hány métert úszott le András a 6. napon?

b) Hány métert úszott le összesen a 20 nap alatt?

- c) Az edzőtáborozás 20 napjából vélhetően választunk két szomszédos napot. Mekkora a valószínűsége, hogy András e két napon együttesen legalább 20 000 métert teljesített?

a)	4 pont
b)	6 pont
c)	6 pont
Ö:	16 pont

4. Legyen f és g is a valós számok halmazán értelmezett függvény:

$$f(x) = \begin{cases} -1, & \text{ha } x \leq -1 \\ 2x+1, & \text{ha } -1 < x < 0 \\ 1, & \text{ha } x \geq 0 \end{cases}$$

és $g(x) = x^2 - 2$.

- a) Ábrázolja ugyanabban a koordinátarendszerben minden tét függvényt! Adj meg az $f(x) = g(x)$ egyenlet valós megoldásait!

b) Számítsa ki a két függvény grafikonja által közrefogott zárt síkidom területét!

a)	6 pont
b)	8 pont
Ö:	14 pont

Az 5-9. feladatok közül tetszszerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorzámat írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

- 6.** Egy nagyvárosban a helyi járatokon olyan buszjegyet kell érvényesíteni, amelyen egy 3×3 -as négyzethen 1–9-ig szerepelnek a számok (lásd 1. ábra). A jegy érvényesítésekor a jegyzkezelő automata a kilenc mezőből minden pontosan hármat lyukaszt ki.

a) Rajzolja le az összes olyan lyukasztást, amelyben minden sorban és minden oszlopban pontosan egy kilyukaszott mező van! Indokolja, hogy miért ezek és csak ezek a lehetséges lyukasztások!

b) Rajzoljon a 2. ábrán megadott mezőbe egy olyan lyukasztást, amelyen a ki nem lyukasztott hat kis négyzetlap olyan tartományt fed le, amelynek pontosan egy szimmetriatengelye van! (A mezőkre nyomtatott számoktól most eltérően.) Rajzolja be a szimmetriatengelyt!

Két kisiskolás a buszra vártakozva beszélget. Áron azt mondja, hogy szeretné, ha a buszjegyen kilyukaszott három szám mindegyike prím lenne. Zita pedig azt remeli, hogy a számok összege 13 lesz.

c) Mekkkora valószínűséggel teljesül Áron, illetve Zita kívánsága?

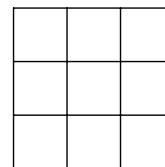
a)	4 pont
b)	3 pont
c)	9 pont
Ö:	16 pont

1. ábra

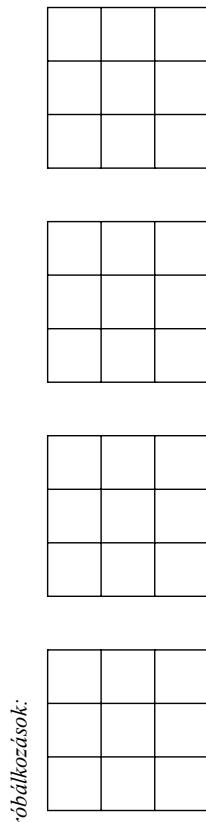
1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
4	5	6	4	5	6	4	5	6	4	5	6	4	5	6
7	8	9	7	8	9	7	8	9	7	8	9	7	8	9

(Jelölje egérrel tümen, hogy melyik ábrája problémás és melyik tartozik a válaszhöz!
Nem annyi sablon van, ahány lehetőséges lyukasztás.)

2. ábra



Helyes válasz:



Próbálkozások:

