

RETTSEGI VIZSGA • 2010. május 4.

	a feladat sorszáma	maximális pontszám	elért pontszám	maximális pontszám	elérte pontszám
I rész	1.	12			
	2.	12			
	3.	13			
	4.	14			
II rész		16			
		16			
		16			
		16			
← nem választott feladat					Az írtásbeli vizsgafélez pontszáma
					115

javító tanár

dáthim

dátum

dátum

javító tanár

jegyző

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

2010. május 4. 8:00

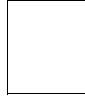
Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS MINISZTÉRIUM

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje téteszölges.
3. A II. részben kitüzzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorozamát írja be a dolgozat betjezesekor az alábbi négyzetbe!**
Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékkelését nem kéri, akkor a 9. feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédszköz használata tilos!
5. **A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetet minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!
7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazza kimondania, elég csak a térel megnévezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tételek(ek)ről való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékük, ha az állítást minden feltételevel együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
9. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
10. minden feladatnál csak egyfélé megoldás értékkelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
11. Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!

- 1.**
- a) Oldja meg a pozitív valós számpárok halmazán a következő egyenletrendszer!
- $$\begin{cases} \log_2(xy^3) = 1 \\ \log_2(x^2y) = -3 \end{cases}$$

- b) Határozza meg az összes olyan pozitív egész k számot, amelyre a $\log_{3^k} 729$ kifejezés értéke pozitív egész szám!

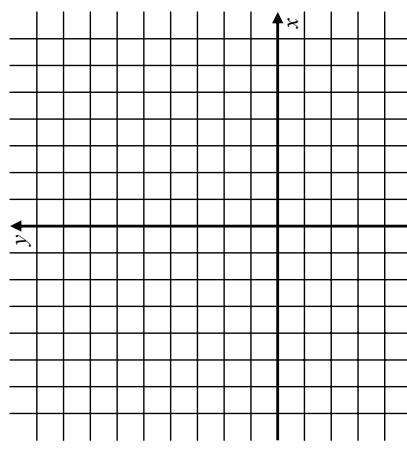
a)	7 pont	
b)	5 pont	
Ö:	12 pont	

I.

2. a) Igazolja, hogy az $A(0; 1)$, $B(4; 2)$, $C(3; 6)$ és $D(-5; 4)$ pontokkal megadott négyzög trapéz!

- b) Kati megrajzolt egy olyan egyszerű teljes gráfot, amelynek 253 éle van, és csúcsai között szerepelnek a trapéz A ; B ; C ; D csúcsai is. Hány új gráfcíscsöt kellett ehhez felvennie?
Legfeljebb hány éle törlhető ki ennek a teljes grának, hogy még összetüggő maradjon?

a)	4 pont
b)	8 pont
Ö::	12 pont



Az 5-9. feladatok közül tetszszerint választott néget kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

- 8.** Az $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ és $\{c_n\}$ egész számokból álló mértani sorozatok. Az egyes sorozatok hányadosai és bizonyos tagjai között a következő összefüggések érvényesek:
- (1) a_1 , b_1 és c_1 ebben a sorrendben egy olyan mértani sorozat egymást követő tagjai, amelynek 2 a hányadosa (kvociente);
 - (2) az $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ és $\{c_n\}$ sorozatok hányadosai ebben a sorrendben egy olyan számtani sorozat szomszédos tagjai, amelynek 1 a különbsége (differenciája);
- (3) $a_2 + b_2 + c_2 = 24$;
- (4) $c_1 + c_2 + c_3 = 84$.

Adja meg mindenáron eredeti mértani sorozat első három tagját!

Ö:	16 pont	
----	---------	--

- 3.** Két európai nagyváros között egy repülőket üzemeltető társaság járatokat közlekedtet. Ezek a járatok legalább 10 utas esetén indulnak, és a gépek legfeljebb 36 utas szállításra alkalmasak. A társaság javítani szerinté a járatok kihasználtságát. Többek között mértéklik a következő szabály szerinti üzemeltetést: 20 vagy annál kevesebb utas esetén fejenként 16 000 Ft-ért indítanak gépet. 20 fő feletti létszám esetén az összes utas számára *amelyikor* 400 Ft-tal csökken a 16 000 forintos vitteldíj, amennyivel a létszám meghaladja a húszat.

a) Adja meg annak a B függvénynek az $x \mapsto B(x)$ hozzárendelési utastássát, amelynél x az utasok számát, $B(x)$ pedig a társaság bevételet jelöli x utassal indított járat esetén! Mi a B függvény értelmezési tartománya?

b) Hány utas esetén lesz a repülőtársaság bevétele egy járaton a legmagyarabb, és makkora ez a maximális bevétele?

a)	6 pont	
b)	7 pont	
Összesítés:	13 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszszerint választott néget kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

7. A 12.A osztály öt belépőjegyet kapott a vízilabda bajnokság döntőjére. Az osztály minden harminc tanulója szívesen menne, bár közülük 12 tanulónak akkor különörája lenne. A választást a véllettelen bizzák: felirják a 30 nevet egy-egy cédrullára, és ötöt kihuznak közülük.

- a) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kisorsolt tanulók közül pontosan 2 olyan lesz, aiknek különörája lenne? Az eredményt trizedesztőrt alakban adja meg!
 b) Tudjuk, hogy a kiválasztott öt tanuló között biztosan van olyan, aiknek van különörája. Mennyi ellenk a valószínűsége annak, hogy pontosan két kisorsolt tanulónak van különörája?

A döntő után az öt tanuló a következőképpen számolt be a mérkőzéstől:

- A: A veszes csapat 4-nél több gólt dobott.
 B: A győztes csapat 3-mal többször talált a kapuba, mint a veszes.
 C: Összesen 10-nél több, de 28-nál kevesebb gólt szillettek a mérkőzésen.
 D: A két csapat együttesen dobott góljainak a száma prímszám.
 E: A veszes csapat is prímszámú gólt dobott.

- c) Tudjuk, hogy minden ait tanuló igazat mondott. Megállapítható-e ezek alapján egyértelműen, hogy mi lett a döntő végeredménye?

a)	4 pont
b)	7 pont
c)	5 pont
Ö::	16 pont

- 4.** Felmérések szerint az internetes kapcsolattal rendelkezők 17%-a vásárol az interneten, 33%-a tölt le szoftvert az internetről. A statisztika szerint az internetezők 14%-a mindenket szolgáltatási igénybe veszi. Mennyi a valoszínűsége az állábbi eseményeknek?
- Egy vétlettenszérién kiválasztott internetes kapcsolattal rendelkező személy nem vásárol az interneten.
 - Egy vétlettenszérien kiválasztott internetes kapcsolattal rendelkező személy vásárol az interneten, vagy szoftvert tölt le. (Megengedve, hogy esetleg mindenket szolgáltatást igénybe veszi.)
 - Egy vétlettenszérien kiválasztott internetes kapcsolattal rendelkező személy nem vásárol az interneten és szoftvert sem tölt le az internetről.
 - Három vétlettenszérien kiválasztott internetes kapcsolattal rendelkező személy közül egyik sem vásárol az interneten. (A kiválasztást viszatevéses módszerrel végezik el.)

a)	3 pont
b)	4 pont
c)	3 pont
d)	4 pont
Ö::	14 pont

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzethe!

5. Egy iskola tanulóinak tanév végi létszáma az egyik tanévben 400-nál több volt, de nem érte el a 430-at. A tanév végén kiszámították, hogy a fiúk tanulmányi eredményének átlaga 4,01, a lányoké 4,21, míg az iskola összes tanulójáé 4,12. (Ezen három átlag mindenkoruk pontos érték.) Hányan jártak az iskolába az adott tanév végén?

0::	16 pont
-----	---------

II.