Azonosító jel: | | | | | | | | | | | | | | |

ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2010. május 4.

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2010. május 4. 8:00

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS MINISZTÉRIUM

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!**
   Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 9. feladatra nem kap pontot.
4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
9. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
11. Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!

I.

1.

a) Oldja meg a pozitív valós számpárok halmazán a következő egyenletrendszert!

$$\begin{cases} \log_2\left(xy^3\right) = 1 \\ \log_2\left(x^2y\right) = -3 \end{cases}$$

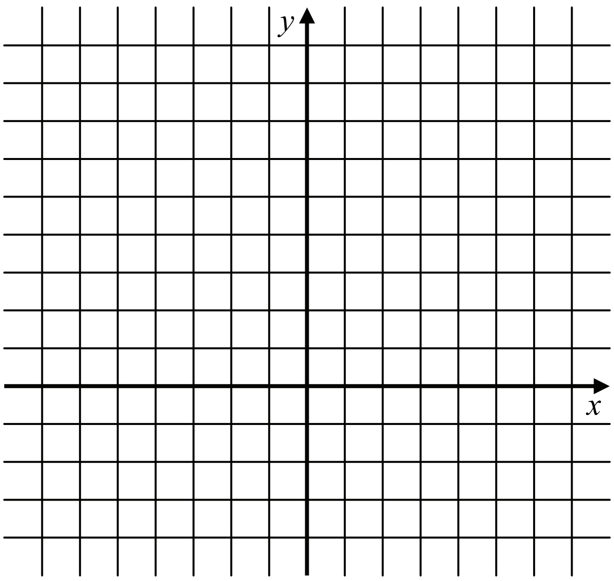
b) Határozza meg az összes olyan pozitív egész *k* számot, amelyre a $\log_{3^k} 729$ kifejezés értéke pozitív egész szám!

a)	7 pont	
b)	5 pont	
Ö.:	12 pont	

2. **a)** Igazolja, hogy az $A(0;\ 1)$, $B(4;\ 2)$, $C(3;\ 6)$ és $D(–5;\ 4)$ pontokkal megadott négyszög trapéz!

b) Kati megrajzolt egy olyan egyszerű teljes gráfot, amelynek 253 éle van, és csúcsai között szerepelnek a trapéz A; B; C; D csúcsai is. Hány új gráfcsúcsot kellett ehhez felvennie?
Legfeljebb hány éle törölhető ki ennek a teljes gráfnak, hogy még összefüggő maradjon?

a)	4 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	12 pont	



3. Két európai nagyváros között egy repülőket üzemeltető társaság járatokat közlekedtet. Ezek a járatok legalább 10 utas esetén indulnak, és a gépek legfeljebb 36 utas szállítására alkalmasak. A társaság javítani szeretné a járatok kihasználtságát.
Többek között mérlegelik a következő szabály szerinti üzemeltetést: 20 vagy annál kevesebb utas esetén fejenként 16 000 Ft-ért indítanak gépet. 20 fő feletti létszám esetén az összes utas számára *annyiszor 400 Ft-tal* csökken a 16 000 forintos viteldíj, amennyivel a létszám meghaladja a húszat.

a) Adja meg annak a B függvénynek az $x \mapsto B(x)$ hozzárendelési utasítását, amelynél x az utasok számát, $B(x)$ pedig a társaság bevételét jelöli x utassal indított járat esetén! Mi a B függvény értelmezési tartománya?

b) Hány utas esetén lesz a repülőtársaság bevétele egy járaton a legnagyobb, és mekkora ez a maximális bevétel?

a)	6 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	13 pont	

4. Felmérések szerint az internetes kapcsolattal rendelkezők 17%-a vásárol az interneten, 33%-a tölt le szoftvert az internetről. A statisztika szerint az internetezők 14%-a mindkét szolgáltatást igénybe veszi. Mennyi a valószínűsége az alábbi eseményeknek?

a) Egy véletlenszerűen kiválasztott internetes kapcsolattal rendelkező személy nem vásárol az interneten.

b) Egy véletlenszerűen kiválasztott internetes kapcsolattal rendelkező személy vásárol az interneten, vagy szoftvert tölt le. (Megengedve, hogy esetleg mindkét szolgáltatást igénybe veszi.)

c) Egy véletlenszerűen kiválasztott internetes kapcsolattal rendelkező személy nem vásárol az interneten és szoftvert sem tölt le az internetről.

d) Három véletlenszerűen kiválasztott internetes kapcsolattal rendelkező személy közül egyik sem vásárol az interneten. (A kiválasztást visszatevéses módszerrel végzik el.)

a)	3 pont	
b)	4 pont	
c)	3 pont	
d)	4 pont	
Ö.:	14 pont	

II.

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

5. Egy iskola tanulóinak tanév végi létszáma az egyik tanévben 400-nál több volt, de nem érte el a 430-at. A tanév végén kiszámították, hogy a fiúk tanulmányi eredményének átlaga 4,01, a lányoké 4,21, míg az iskola összes tanulójáé 4,12. (Ezen három átlag mindegyike pontos érték.) Hányan jártak az iskolába az adott tanév végén?

Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

6. Vízszintes terepen egy 6 méter mély, lefelé keskenyedő, négyszöglapok által határolt gödröt ástak. A gödör alja is vízszintes. A gödör nyílása egy 8×8 m-es négyzet, két szemközti lapja függőleges, a másik kettő pedig 75°, illetve 60°-os szöget zár be a földfelszín síkjával. (E két szemközti „ferde” lap síkjai 45°-os szöget zárnak be egymással.)

a) Rajzolja le a gödör azon síkmetszetét, amely merőleges a ferde lapokra (és így a földfelszínre is)! A rajzon tüntesse fel az adatokat!

b) Hány m^3 földet kellett kiásni a gödör elkészítéséhez? Az eredményt m^3 pontossággal adja meg!

a)	4 pont	
b)	12 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

7. A 12.A osztály öt belépőjegyet kapott a vízilabda bajnokság döntőjére. Az osztály mind a harminc tanulója szívesen menne, bár közülük 12 tanulónak akkor különórája lenne. A választást a véletlenre bízzák: felírják a 30 nevet egy-egy cédulára, és ötöt kihúznak közülük.

a) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kisorsolt tanulók közül pontosan 2 olyan lesz, akinek különórája lenne? Az eredményt tizedestört alakban adja meg!

b) Tudjuk, hogy a kiválasztott öt tanuló között biztosan van olyan, akinek van különórája. Mennyi ekkor a valószínűsége annak, hogy pontosan két kisorsolt tanulónak van különórája?

A döntő után az öt tanuló a következőképpen számolt be a mérkőzésről:

A: A vesztes csapat 4-nél több gólt dobott.
B: A győztes csapat 3-mal többször talált a kapuba, mint a vesztes.
C: Összesen 10-nél több, de 28-nál kevesebb gól született a mérkőzésen.
D: A két csapat együttesen dobott góljainak a száma prímszám.
E: A vesztes csapat is prímszámú gólt dobott.

c) Tudjuk, hogy mind az öt tanuló igazat mondott. Megállapítható-e ezek alapján egyértelműen, hogy mi lett a döntő végeredménye?

a)	4 pont	
b)	7 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

8. Az $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ és $\{c_n\}$ egész számokból álló mértani sorozatok. Az egyes sorozatok hányadosai és bizonyos tagjai között a következő összefüggések érvényesek:

(1) a_1, b_1 és c_1 ebben a sorrendben egy olyan mértani sorozat egymást követő tagjai, amelynek 2 a hányadosa (kvóciense);

(2) az $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ és $\{c_n\}$ sorozatok hányadosai ebben a sorrendben egy olyan számtani sorozat szomszédos tagjai, amelynek 1 a különbsége (differenciája);

(3) $a_2 + b_2 + c_2 = 24$;

(4) $c_1 + c_2 + c_3 = 84$.

Adja meg mindhárom eredeti mértani sorozat első három tagját!

Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

9. Jelölje az $y = x^2 - 4x - 12$ egyenletű parabola tengelypontját C, az x tengellyel alkotott metszéspontjait pedig A és B.

a) Számítsa ki az ABC háromszög beírt körének sugarát!

b) Az ABC háromszög területe hányad része a parabola és az x tengely által közrefogott zárt síkidom területének?

a)	8 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	16 pont	

	a feladat sorszáma	maximális pontszám	elért pontszám	maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	1.	12		**51**	
	2.	12			
	3.	13			
	4.	14			
II. rész		16		**64**	
		16			
		16			
		16			
		← nem választott feladat			
Az írásbeli vizsgarész pontszáma				**115**	

dátum

javító tanár

	elért pontszám **egész számra** kerekítve	programba beírt **egész** pontszám
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző