ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2010. május 4.

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS MINISZTÉRIUM

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

1. A dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal** kell javítani, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölni a hibákat, hiányokat stb.
2. A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerül.
3. **Kifogástalan megoldás** esetén elég a maximális pontszám beírása a megfelelő téglalapokba.
4. Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra.

Tartalmi kérések:

1. Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
2. A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
3. Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél **kevésbé részletezett**.
4. Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
5. **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel, mint kiinduló adattal helyesen számol tovább a következő gondolati egységben vagy részkérdésben, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változik meg.
6. Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **megjegyzés** vagy **mértékegység,** akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.
7. Egy feladatra adott többféle helyes megoldási próbálkozás közül **a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető**.
8. A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont**) nem adható**.
9. Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
10. **A vizsgafeladatsor II. részében kitűzött 5 feladat közül csak 4 feladat megoldása értékelhető.** A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha mégsem derül ki egyértelműen, hogy a vizsgázó melyik feladat értékelését nem kéri, akkor automatikusan a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladat lesz az, amelyet nem kell értékelni.

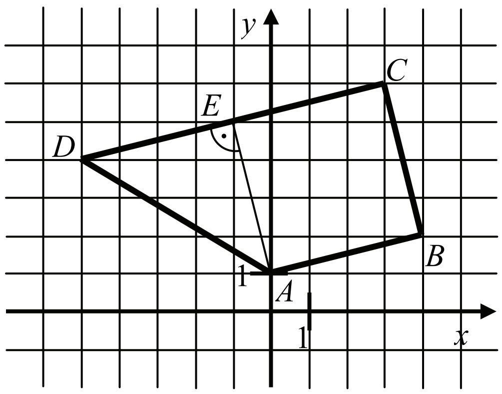
I.

1. a) **első megoldás**		
Az első egyenlet bal oldala (a kiindulási halmazon): $\log_2\left(xy^3\right)=\log_2 x+3\log_2 y$.	1 pont	
A második egyenlet bal oldala: $\log_2\left(x^2y\right)=2\log_2 x+\log_2 y$.	1 pont	
Így az egyenletrendszer: $\log_2 x+3\log_2 y=1$ $2\log_2 x+\log_2 y=-3$. (Az első egyenlet kétszereséből kivonva a második egyenletet kapjuk:) $5\log_2 y=5 \Leftrightarrow \log_2 y=1$,	1 pont	
ahonnan $y=2$.	1 pont	
Visszahelyettesítve: $\log_2 x=-2$,	1 pont	
ahonnan $x=2^{-2}=\frac{1}{4}$.	1 pont	
A kapott pozitív értékek kielégítik az egyenletrendszert (ellenőrzés).	1 pont	
Összesen:	**7 pont**	

1. a) **második megoldás**		
A logaritmus definíciója alapján (a kiindulási halmazon) $\log_2\left(xy^3\right)=1 \Leftrightarrow xy^3=2$,	1 pont	
$\log_2\left(x^2y\right)=-3 \Leftrightarrow x^2y=\frac{1}{8}$.	1 pont	
A második egyenletből $y=\frac{1}{8x^2}$,	1 pont	*Ezt a 2 pontot megkapja, ha a második egyenlet köbét az első egyenlettel osztva jut az $x^5=\frac{1}{2^{10}}$ összefüggéshez; vagy ha az első egyenlet négyzetét a második egyenlettel osztva jut az $y^5=2^5$ összefüggéshez.*
amit az első egyenletbe helyettesítve $\frac{1}{512x^5}=2$,	1 pont	
ahonnan $x=2^{-2}=\frac{1}{4}$.	1 pont	
Visszahelyettesítve $y=2$.	1 pont	
A kapott pozitív értékek kielégítik az egyenletrendszert (ellenőrzés).	1 pont	
Összesen:	**7 pont**	

1. b)		
(Legyen n a kifejezés pozitív egész értéke.) $n = \log_{3^k} 729 = \log_{3^k} 3^6$,	1 pont	
vagyis $\left(3^k\right)^n = 3^6$.	1 pont	
Mivel k és n pozitív egész szám, ezért k pozitív osztója a 6-nak.	1 pont	
k lehetséges értékei: 1, 2, 3, 6.	2 pont	
Összesen:	**5 pont**	
1. Ha a vizsgázó k-ra csak két vagy három lehetséges értéket ad meg, akkor az utolsó 2 pontból csak 1 pontot kapjon. Egy megoldás esetén nem jár a 2 pont. *2. Ha a vizsgázó a $\log_{3^k} 729$ értékét helyesen kiszámítja az első hat pozitív k érték esetén, de nem mutatja meg, hogy 6-nál nagyobb egész k-ra a kifejezés értéke nem egész (1-nél kisebb pozitív szám), legfeljebb 3 pont adható.*		

2. a)



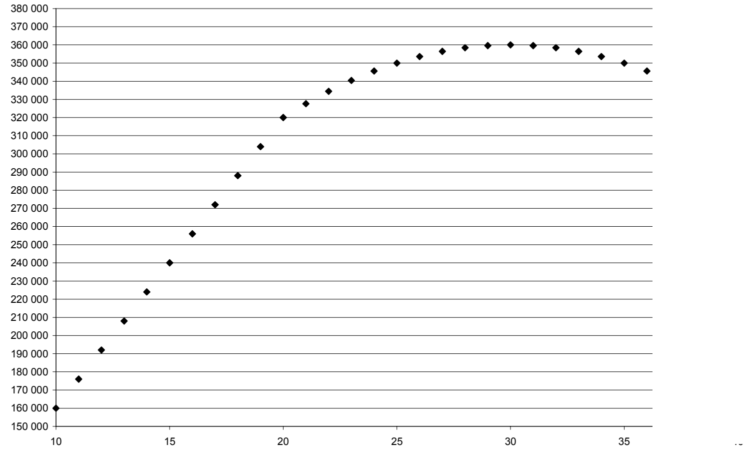
Mivel $\overrightarrow{AB}(4;1)$,	1 pont	*Ha a négyszög trapéz voltát a vizsgázó számolás megjelenítése nélkül, csak az ábráról olvassa le, 1 pontot kapjon.*
$\overrightarrow{DC}(8;2)$,	1 pont	
így $\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{AB}$.	1 pont	
Ezért AB és DC párhuzamos, az $ABCD$ négyszög tehát trapéz.	1 pont	

2. b)		
Az n csúcsú teljes gráfnak $\frac{n(n-1)}{2}$ éle van.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha a gondolat a megoldásban jelenik meg.*
$\frac{n(n-1)}{2} = 253$;	1 pont	
$n^2 - n - 506 = 0$.	1 pont	
$n_1 = 23$;	1 pont	
$n_2 < 0$, a feladatnak nem megoldása.	1 pont	
A gráf 23 csúcsú, tehát 19 új gráfcsúcsot kellett felvenni.	1 pont	
Az *n* csúcsú összefüggő gráfnak minimum *n-1* éle van,	1 pont	
így legfeljebb 231 él törölhető ki.	1 pont	
Összesen:	**12 pont**	

3. a)		
Ha $10 \le x \le 20$ (x egész), akkor $B(x) = 16000x$.	1 pont	
Ha $20 < x \le 36$ (x egész), akkor az engedmény mértéke $400 \cdot (x-20)$ fejenként,	1 pont	
így $B(x) = 16000x - 400 \cdot (x-20) \cdot x = 400x(60-x)$.	2 pont	
Összefoglalva: $B(x) = \begin{cases} 16000x, & \text{ha } 10 \le x \le 20 \ (x \text{ egész}) \\ 400x(60-x), & \text{ha } 20 < x \le 36 \ (x \text{ egész}) \end{cases}$	1 pont	*Ez az 1 pont akkor is jár, ha nem adja meg a vizsgázó a függvény összefoglalt alakját, de a két részintervallumra pontos képletet ad.*
Az értelmezési tartomány $x \in \mathbf{N}; 10 \le x \le 36$.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	
Ha a képletek érvényességi feltételére sehol sincs utalás, legfeljebb 3 pont adható.		

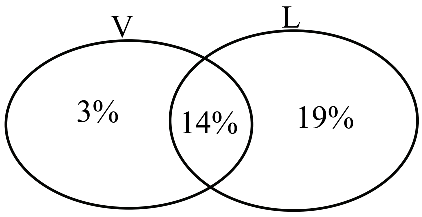
3. b)		
A $B(x)$ bevételi függvény $10 \le x \le 20$ esetén (szigorúan növekvő lineáris függvény, ezért) maximumát $x = 20$ esetén veszi fel, és $B(20) = 320\,000$.	1 pont	
A bevételi függvény hozzárendelési szabálya $20 < x \le 36$ esetén: $400x(60-x) = -400x^2 + 24\,000x =$ $= -400(x-30)^2 + 360\,000$	2 pont	*Ez a 2 pont nem bontható.*
A $-400(x-30)^2 + 360\,000$ -nek maximuma van, ha $x = 30$.	1 pont	
Mivel $20 < 30 \le 36$ és a 30 egész szám, ezért a 30 a B-nek lokális maximumhelye.	1 pont	
A lokális maximum értéke 360 000 Ft.	1 pont	*Ha a vizsgázó a lokális szélsőérték-helyet és a szélsőértéket deriválással vagy a zérushelyek számtani közepe segítségével határozza meg, de nem utal arra, hogy a módszer csak az eredeti függvény folytonos kiterjesztésére alkalmazható, akkor az 5 pontból legfeljebb 3 pontot kaphat.*
A bevétel 30 utas esetén lesz maximális (mert $B(20) < B(30)$), a maximum 360 000 Ft.	1 pont	
Összesen:	**7 pont**	

Ha a vizsgázó táblázatot készít, abban minden egész helyen megadja a B függvény értékét, és a maximumot, illetve a maximumhelyet a táblázatból határozza meg jól , akkor kapja meg a b) kérdésre a teljes pontszámot. Hasonlóképpen jár a teljes pontszám, ha a vizsgázó a függvény grafikonját rajzolja fel jól, és arról olvassa le a szélsőértéket és a szélsőérték-helyet. Ha megoldása hiányos, akkor a fenti pontozásnak megfelelő levonások érvényesek.



4. a)		
Legyen V az interneten vásárlás eseménye, L pedig a letöltés eseménye. Mivel P(V) = 0,17,	1 pont	*Járnak a pontok, ha a megoldásban jól megjelennek ezek a gondolatok.*
ezért az ellentett (komplementer) esemény valószínűsége:	1 pont	
$P(\overline{V}) = 1 - P(V) = 0{,}83$.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	
Venn-diagramm alapján közölt eredmény is 3 pontot ér.		

4. b) első megoldás		
A V+L esemény bekövetkezésének valószínűségét keressük.	1 pont	*Járnak a pontok, ha a megoldásban jól megjelennek ezek a gondolatok.*
Mivel P(V+L) = P(V) + P(L) – P(VL),	1 pont	
ahol P(VL) = 0,14.	1 pont	
Így P(V + L) = 0,17 + 0,33 – 0,14 = 0,36 (36 %).	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

4. b) második megoldás		
Venn-diagrammal szemléltetve a vásárlók és letöltők halmazát: 	1 pont	
A $V \cup L$ halmazba tartozás valószínűségét keressük.	1 pont	*Járnak a pontok, ha a megoldásban jól megjelennek ezek a gondolatok.*
P(V vagy L) = P(V) + P(L) –P(V és L) ismerete	1 pont	
P(V + L) = 0,36 (36 %).	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

4. c)		
Ez az esemény az előző esemény komplementere,	2 pont	
ezért: $P(\overline{V}\,\overline{L}) = 1 - 0{,}36 = 0{,}64\ (64\%)$.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

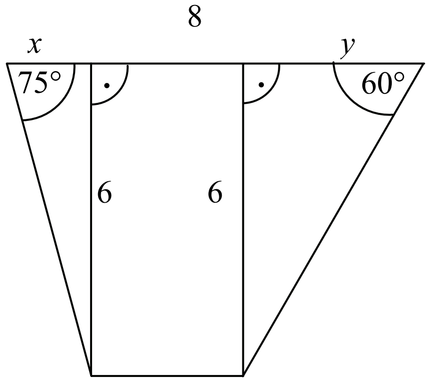
4. d)		
A három tulajdonos mindegyike egymástól függetlenül 0,83 valószínűséggel nem vásárol az interneten,	2 pont	
ezért P(egyikük sem vásárol) = $0{,}83^3 \approx$	1 pont	
$\approx 0{,}57$. (57%.)	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

II.

5.		
Legyen a fiúk száma: *f*. A tanulmányi eredményük összege: 4,01*f*.	1 pont	
A lányok száma: *l*. A tanulmányi eredményük összege: 4,21*l*.	1 pont	
Az iskola tanulóinak létszáma: $f+l$. $\left(f;l \in \mathbf{N}^+.\right)$ A tanulmányi eredményük összege: 4,12 $(f+l)$.	1 pont	
$4{,}01f + 4{,}21l = 4{,}12\,(f+l)$.	2 pont	
Rendezés után: $l = \frac{11}{9} f$.	2 pont	
A létszám: $f + l = f + \frac{11}{9} f = \frac{20}{9} f$.	1 pont*	
Mivel $f+l$ egész szám, így *f* osztható 9-cel,	2 pont*	
A feltétel szerint: $400 < \frac{20}{9} f < 430$.	1 pont*	*Az összlétszámot l segítségével is kifejezheti.* *(* $f = \frac{9}{11} l$, $f + l = \frac{20}{11} l$, $220 < l < 236{,}5$ *)* *Ez a pont akkor is jár, ha a megoldás elején felírja, hogy x összes tanuló esetén* $400 < x < 430$.
Ebből $180 < f < 193{,}5$.	1 pont*	
Mivel *f* osztható 9-cel, ezért $f = 189$.	1 pont*	
$l = 231$.	1 pont*	
Tehát az iskola tanulóinak létszáma: 189 + 231 = 420.	1 pont*	
Ellenőrzés a szöveg alapján.	1 pont	
Összesen:	**16 pont**	

*A *-gal jelölt 8 pontot az alábbi gondolatmenetért is megkaphatja: ha a fiúk és lányok aránya 9:11, akkor a tanulók összlétszáma osztható 20-szal* (4 pont).
Mivel a 400 és 430 közé eső egész számok közül csak a 420 osztható 20-szal (2 pont)*,*
ezért a tanulók összlétszáma 420 (2 pont).

6. a)



Az ábrán a gödör feltételeknek megfelelő keresztmetszete látható.	4 pont	*Adatok nélkül a jó ábráért 2 pont jár.*
Összesen:	**4 pont**	

6. b) első megoldás

A gödör egy olyan (egyenes) hasáb, amelynek ezzel a trapézzal egybevágó az alaplapja.	2 pont	
E hasáb magassága pedig 8 méter.	1 pont	
A trapéz (alaplap) területe: $T=\frac{(8-x-y)+8}{2}\cdot 6$	2 pont	
$\text{tg}\,60°=\frac{6}{x}$.	1 pont	
$x=\frac{6}{\text{tg}60°}=\frac{6}{\sqrt{3}}\ (\approx 3{,}46)$.	1 pont	
$\text{tg}75°=\frac{6}{y}$.	1 pont	
$y=\frac{6}{\text{tg}75°}\left(=\frac{6}{2+\sqrt{3}}\approx 1{,}61\right)$.	1 pont	
$T\approx\frac{8-3{,}46-1{,}61+8}{2}\cdot 6\ (=32{,}79)$.	1 pont	
$V\approx 32{,}79\cdot 8\approx 262{,}3$.	1 pont	
262 m^3 földet kell kiásni a gödörből.	1 pont	
Összesen:	**12 pont**	*Ha a vizsgázó a számítások során pontosabb részeredményekkel számol, az eredmény kerekítve akkor is: 262 m^3.*

6. b) második megoldás		
Ez a test kiegészíthető egy 8×8×6 méter élű téglatestre, amelynek térfogatából le kell vonni az eredeti ferde oldallapokhoz illeszkedő háromszögalapú hasábok térfogatát.	1 pont	
A téglatest térfogata: $8 \cdot 8 \cdot 6 = 384$ (m^3).	1 pont	
$\mathrm{tg}\,60° = \frac{6}{x}$.	1 pont	
$x = \frac{6}{\mathrm{tg}60°}\left(= \frac{6}{\sqrt{3}} \approx 3{,}46\right)$.	1 pont	
$\mathrm{tg}75° = \frac{6}{y}$.	1 pont	
$y = \frac{6}{\mathrm{tg}75°}\left(= \frac{6}{2+\sqrt{3}} \approx 1{,}61\right)$.	1 pont	
Az egyik háromszögalapú hasáb alaplapja egy olyan derékszögű háromszög, amelynek egyik befogója 6, másik befogója $x \approx 3{,}46$, magassága pedig 8.	1 pont	
A térfogat: $V_1 \approx \frac{6 \cdot 3{,}46}{2} \cdot 8 = 83{,}04$ (m^3).	1 pont	
A másik háromszögalapú hasáb alaplapja egy olyan derékszögű háromszög, amelynek egyik befogója 6, másik befogója $y \approx 1{,}61$, magassága pedig 8.	1 pont	
A térfogat: $V_2 \approx \frac{6 \cdot 1{,}61}{2} \cdot 8 = 38{,}64$ (m^3).	1 pont	
$V \approx 384 - 83{,}04 - 38{,}64 \approx 262{,}3$.	1 pont	
262 m^3 földet kell kiásni a gödörből.	1 pont	
Összesen:	**12 pont**	
A második megoldás mintájára egy olyan megoldás is lehetséges, amelyben a testet egy téglatestre és két háromszögalapú hasábra bontjuk fel. Pontozása teljesen hasonló a 2. megoldás pontozásához.		

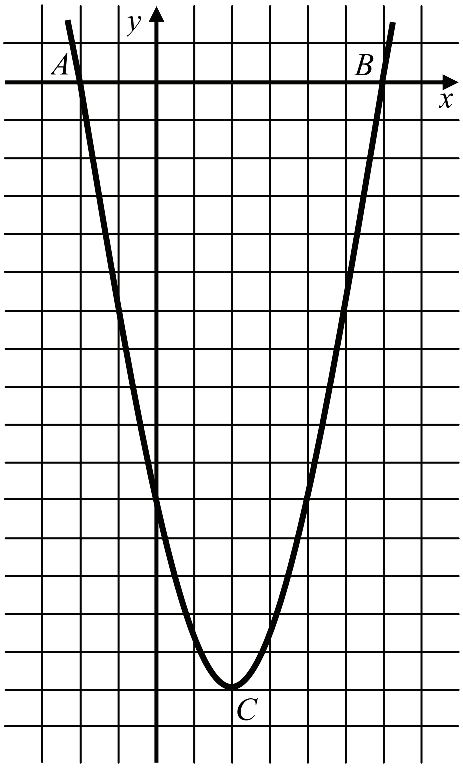
7. a)		
30 tanuló közül 5-öt $\binom{30}{5}$-féleképpen lehet kiválasztani.	1 pont	
A vizsgált esetben 12 tanuló közül választunk ki 2 tanulót, és ettől függetlenül a többi 18 közül 3 tanulót. Ezt $\binom{12}{2}\cdot\binom{18}{3}$-féleképpen lehet megtenni.	1 pont	
Annak a valószínűsége, hogy pontosan két tanulónak van különórája: $P(A_2) = \dfrac{\binom{12}{2}\cdot\binom{18}{3}}{\binom{30}{5}} =$	1 pont	
$\left(= \dfrac{66\cdot 816}{142506}\right) = \dfrac{53856}{142506} \approx 0{,}378$.	1 pont	*Bármelyik alak elfogadható végeredményként, például a 0,3779 és a 0,38 is.*
Összesen:	**4 pont**	

7. b) **első megoldás**		
Jelöljük B-vel azt az eseményt, hogy a kiválasztottak között található olyan, akinek van különórája, az A_i pedig azt az eseményt, hogy a kiválasztottak közül pontosan i tanulónak van különórája.		
$P(A_2\|B)$ feltételes valószínűséget kell kiszámítani.	1 pont	
$P(A_2\|B) = \dfrac{P(A_2 B)}{P(B)} = \dfrac{P(A_2)}{P(B)}$.	1 pont	
($P(B)$-t a komplementer esemény valószínűségének segítségével kapjuk meg:) $P(B) = 1 - P(\overline{B})$.	1 pont	
Mivel $\overline{B} = A_0$, ezért	1 pont	
$P(B) = 1 - \dfrac{\binom{12}{0}\cdot\binom{18}{5}}{\binom{30}{5}} \approx$	1 pont	
$\approx 1 - 0{,}0601 \approx 0{,}940$.	1 pont	*Más jó kerekítéssel kapott értéket is fogadjunk el.*
Ezért a keresett valószínűség: $\dfrac{0{,}378}{0{,}940} \approx 0{,}402$.	1 pont	*A tört alak (vagy annak változatai pl. $\frac{378}{940}$) is elfogadható eredményként.*
Összesen:	**7 pont**	*Ha a vizsgázó nem írja fel a feltételes valószínűségre vonatkozó összefüggést, de jól használja, a megfelelő pontszám akkor is jár.*

7. b) **második megoldás**		
$\binom{30}{5} - \binom{18}{5}$ olyan eset van, amelyben a kiválasztott 5 tanuló között van különórára járó.	2 pont	
Ennek értéke 133 938.	1 pont	
Ezen esetek mindegyike egyforma valószínűséggel következik be.	1 pont	
Ezen 133 938 eset között $\binom{12}{2}\cdot\binom{18}{3} = 53\,856$ olyan eset van, amelyben a különórás tanulók száma pontosan kettő.	2 pont	
Tehát a kérdezett valószínűség: $\dfrac{53856}{133938} (\approx 0{,}402)$.	1 pont	
Összesen:	**7 pont**	

7. c)		
A vesztes csapat góljainak száma v, a győztes csapaté $v + 3$. A csapatok összesen $2v + 3$ gólt lőttek .	1 pont	
A résztvevők szerint: $4 < v$, illetve $10 < 2v + 3 < 28$. Ezekből $4 < v \le 12$. v lehetséges értékei *E* állítását is figyelembe véve: 5, 7 vagy 11.	1 pont	
D szerint $2v + 3$ is prímszám. Ha $v = 5$, akkor $2v + 3 = 13$, ami prím.	1 pont	
Ha $v = 7$, akkor $2v + 3 = 17$, ami prím.	1 pont	
(Ha $v = 11$, akkor $2v + 3 = 25$, ami nem prím.) Tehát az információk alapján nem lehet egyértelműen eldönteni, hogy mi lett a döntő végeredménye. (A két csapat góljainak a száma 5 és 8, vagy 7 és 10.)	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	
Ha a vizsgázó a lehetséges jó végeredményeket egy táblázat segítségével adja meg, és a táblázat minden, a feltételnek megfelelő adatot tartalmaz, akkor jár az 5 pont. *Ha viszont csak a két lehetséges végeredményt közli minden indoklás nélkül, akkor erre a részre csak az utolsó 1 pont jár.*		

8.		
Legyen $a_1 = a$. Ekkor (1) alapján $b_1 = 2a$, $c_1 = 4a$.	1 pont	*Mivel az első és a második sorozat harmadik tagjának felírása a további számításokhoz nem kell, az 5 pont ezen két tag felírása nélkül is jár erre a részre.*
Jelöljük az $\{a_n\}$ sorozat hányadosát q-val. Ekkor (2) alapján $\{b_n\}$ hányadosa $q + 1$, $\{c_n\}$ hányadosa $q + 2$.	1 pont	
A három sorozat első három tagja ezek után így írható fel: a $\quad aq \quad$ aq^2	1 pont	
$2a$ $\quad 2a(q + 1) \quad$ $2a(q + 1)^2$	1 pont	
$4a$ $\quad 4a(q + 2) \quad$ $4a(q + 2)^2$	1 pont	
A további összefüggések: (3) $aq + 2a(q + 1) + 4a(q + 2) = 24$ és	1 pont	*A helyes másodfokú egyenlet felírásáért 5 pont jár.*
(4) $4a + 4a(q + 2) + 4a(q + 2)^2 = 84$.	1 pont	
Összevonások után a következő egyenletrendszert kapjuk: $7aq + 10a = 24$.	1 pont	
$4a(q^2 + 5q + 7) = 84$.	1 pont	
Ha a értékét mindkettőből kifejezzük, és ezeket egyenlővé tesszük, akkor rendezés után kapjuk: $8q^2 - 9q - 14 = 0$.	1 pont	
Megoldásai: $q_1 = 2$ és $q_2 = -\frac{7}{8}$.	1 pont	
Az első esetben $a = 1$.	1 pont	
A második esetben $a = \frac{192}{31}$, ami nem egész szám, tehát nem megoldás.	1 pont	*Ha ezt az értéket is elfogadja, és ennek segítségével is felírja a sorozatokat, akkor csak ezt és az ellenőrzésre járó pontot (összesen 2 pont) veszíti el.*
A kapott sorozatok első három tagja: 1 2 4 2 6 18 4 16 64	2 pont	*Ha egyenletek felírása nélkül, a feltételekből próbálgatással felírja a sorozatok tagjait, és nem igazolja, hogy más megoldás nincs, akkor maximum 8 pontot kaphat.*
Ezek megfelelnek a feladat feltételeinek.	1 pont	
Összesen:	**16 pont**	

9. a) **első megoldás**		
		
A parabola egyenletét alakítva: $y = x^2 - 4x - 12 = (x-2)^2 - 16 = (x+2)(x-6)$.	1 pont	
Az ABC háromszög egyenlő szárú, csúcsai a parabola egyenletének különböző alakjaiból kiolvashatók: $A(-2; 0)$, $B(6; 0)$, $C(2; -16)$.	1 pont	
Ezek alapján $AB = 8$, az AB alaphoz tartozó magasság $m = 16$,	1 pont	
és a Pitagorasz-tétel alapján $AC = BC = \sqrt{4^2 + 16^2} = \sqrt{272} \left(= 4\sqrt{17} \approx 16{,}49\right)$.	1 pont	
A beírt kör r sugara meghatározható a $t = r \cdot s$ képlet alapján, ahol t a háromszög területe, s pedig kerületének fele.	1 pont	
Az ABC háromszög területe: $T_{ABC} = 64$;	1 pont	
kerülete: $K_{ABC} = 8\left(\sqrt{17} + 1\right) \approx 40{,}98$.	1 pont	
Így $r = \dfrac{T_{ABC}}{\frac{K_{ABC}}{2}} = \dfrac{2T_{ABC}}{K_{ABC}} = \dfrac{16}{\sqrt{17}+1} \left(= \sqrt{17} - 1 \approx 3{,}12\right)$.	1 pont	
Összesen:	**8 pont**	

9. a) második megoldás		
A parabola egyenletét alakítva: $y = x^2 - 4x - 12 = (x-2)^2 - 16 = (x+2)(x-6)$.	1 pont	
Az ABC háromszög egyenlő szárú, csúcsai a parabola egyenletének különböző alakjaiból kiolvashatók: $A(-2; 0)$, $B(6; 0)$, $C(2; -16)$.	1 pont	
Ezek alapján $AB = 8$, az AB alaphoz tartozó magasság $m = 16$,	1 pont	
és a Pitagorasz-tétel alapján $AC = BC = \sqrt{4^2 + 16^2} = \sqrt{272}\left(= 4\sqrt{17} \approx 16{,}49\right)$.	1 pont	
Jelölje O a beírt kör középpontját, E az AC szárral vett érintési pontját, F pedig az AB alap felezőpontját. Az EOC derékszögű háromszög hasonló az FAC háromszöghöz,	2 pont	
amiből adódik, hogy $\frac{16-r}{r} = \frac{AC}{FA} = \frac{4\sqrt{17}}{4} = \sqrt{17}$.	1 pont	
Innen $r = \frac{16}{\sqrt{17}+1}\left(= \sqrt{17} - 1 \approx 3{,}12\right)$.	1 pont	
Összesen:	**8 pont**	

9. b)		
A parabola és az x tengely által közrefogott terület (T) mértéke az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ f(x)=x^2-4x-12$ függvény két zérushelye közötti határozott integráljának ellentettje.	2 pont	*Jár a 2 pont akkor is, ha ezt a vizsgázó nem írja le, de a számításokat ennek megfelelően jól végzi.*
$T=-\int_{-2}^{6}\left(x^2-4x-12\right)dx=-\left[\frac{x^3}{3}-2x^2-12x\right]_{-2}^{6}=$	1 pont	
$=-\left(\left(\frac{6^3}{3}-2\cdot 6^2-12\cdot 6\right)-\left(\frac{(-2)^3}{3}-2\cdot(-2)^2-12\cdot(-2)\right)\right)=$	1 pont	
$=-\left((72-72-72)-\left(-\frac{8}{3}-8+24\right)\right)=$	1 pont	
$=\frac{256}{3}$	1 pont	
Az ABC háromszög területe: $T_{ABC}=\frac{8\cdot 16}{2}=64$.	1 pont	*Ha a vizsgázó az ABC háromszög területét az a) kérdés megválaszolása során már kiszámolta, jó eredményt kapott, és itt csak hivatkozik rá, ez az 1 pont akkor is jár.*
A kérdéses arány: $\frac{T_{ABC}}{T}=\frac{64}{\frac{256}{3}}=\frac{3}{4}$.	1 pont	
Összesen:	**8 pont**	