	a feladat sorszáma	maximális pontszám	elért pontszám	maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	1.	12		**51**	
	2.	13			
	3.	13			
	4.	13			
II. rész		16		**64**	
		16			
		16			
		16			
		← nem választott feladat			
Az írásbeli vizsgarész pontszáma				**115**	

dátum | javító tanár

	elért pontszám **egész számra** kerekítve	programba beírt **egész** pontszám
I. rész		
II. rész		

dátum | dátum

javító tanár | jegyző

ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2010. május 4.

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2010. május 4. 8:00

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS MINISZTÉRIUM

Matematika — emelt szint Azonosító jel:

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.

2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.

3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 9. feladatra nem kap pontot.

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!

5. **A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**

6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**

7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.

8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!

9. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!

11. Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!

I.

1. Adott az f és a g függvény.

f: $D_f = \mathbf{R} \setminus \left\{ k \cdot \frac{\pi}{2};\ k \in Z \right\}$ $x \mapsto (\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x) \cdot \sin 2x$.

a) Igazolja, hogy az így definiált f függvény konstans!

g: $D_g = [-7; 7]$ $x \mapsto x^2 - 6|x|$.

b) Számítsa ki a g függvény zérushelyeit!
c) Adja meg a g függvény értékkészletét!

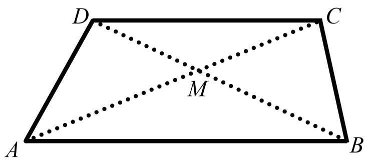
a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	12 pont	

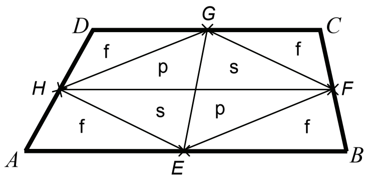
Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

9. Egy 90 m² területű, trapéz alakú virágágyás párhuzamos oldalainak aránya $AB : DC = 3 : 2$. Az ágyást tavasszal és ősszel is az évszaknak megfelelő virágokkal ültetik be. Mindkét alkalommal mindegyik fajta virágból átlagosan 50 virágtövet ültetnek négyzetméterenként.

Tavasszal az átlókkal kijelölt négy háromszögre bontották a virágágyást. Az ABM háromszögbe sárga virágokat, a DMC háromszögbe fehéret, a maradék két részbe piros virágokat ültettek.

a) A tavaszi parkosításkor hány darab fehér, hány piros és hány sárga virágot ültettek be?





Ősszel a másik ábra alapján tervezték meg a virágok elhelyezését. (Az E, F, G és H pontok a trapéz oldalainak felezőpontjai.) Ekkor is fehér (f), piros (p) és sárga (s) virágokat ültettek a tervrajz alapján.

b) Az őszi parkosításkor hány darab fehér, hány piros és hány sárga virágot ültettek?

Válaszait az alábbi táblázatban tüntesse fel!

	fehér	piros	sárga
tavasszal			
ősszel			

a)	9 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	16 pont	

2. Kilenc számkártya fekszik az asztalon.

1 **2** **3** **4** **5** **6** **7** **8** **9**

a) Rakja négy csoportba a kilenc számkártyát úgy, hogy egyikben se legyen együtt egy szám és egy nála kisebb osztója! Adjon meg két lehetséges csoportosítást!

b) Berci körbe rakta a kilenc számkártyát egy nagy papírra, és ha két szám között legalább kettő volt a különbség, akkor a két kártyát összekötötte egy vonallal. Összesen hány vonalat rajzolt meg ily módon Berci?

Csaba az első hat kártya felhasználásával (1, 2, 3, 4, 5, 6) két háromjegyű számot készített. Hívjunk egy ilyen számpárt duónak. (Például egy lehetséges duó: „415 ; 362”.)
A hat számból több ilyen duót lehet készíteni. Két duót egyenlőnek tekintünk, ha ugyanaz a két különböző háromjegyű szám alkotja. Például a „415 ; 362” és a „362 ; 415” duó egyenlők, de a „362 ; 145” már egy másik duó.

c) Hány különböző duót lehet a hat számkártyából elkészíteni?

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	13 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

8.

a) Peti levelet írt négy barátjának, Andrásnak, Bélának, Csabának és Daninak, és mindenkinek 1-1 fényképet is akart küldeni a nyaralásról. A négy fénykép különböző volt, és Peti mindegyikük hátlapjára ráírta, kinek szánja. A fényképeket végül figyelmetlenül rakta borítékba, bár mindenki kapott a levelében egy fényképet is.

a1) Hányféleképpen fordulhat elő, hogy csak Andris kapja azt a fényképet, amelyen a saját neve szerepel?

a2) Melyik esemény bekövetkezésének nagyobb a valószínűsége:
– senki sem kapja azt a fényképet, amelyet Peti neki szánt;
vagy
– pontosan egyikük kap olyan fényképet, amelyen a saját neve szerepel?

b) Egy szabályos érme egyik oldalán a 6-os, a másikon pedig a 4-es számjegy látható. Az érmét négyszer egymás után feldobjuk, és a dobott számokat összeadjuk. Milyen értékeket kaphatunk összeg gyanánt?
Az egyes összegek dobásának mekkora a valószínűsége?

a1)	3 pont	
a2)	8 pont	
b)	5 pont	
Ö.:	16 pont	

3. Egy mértani sorozat első három tagjának összege 91. A hatodik, a hetedik és a nyolcadik tag összege 2912. Hány tizenhárom-jegyű tagja van a sorozatnak?

Ö.:	13 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

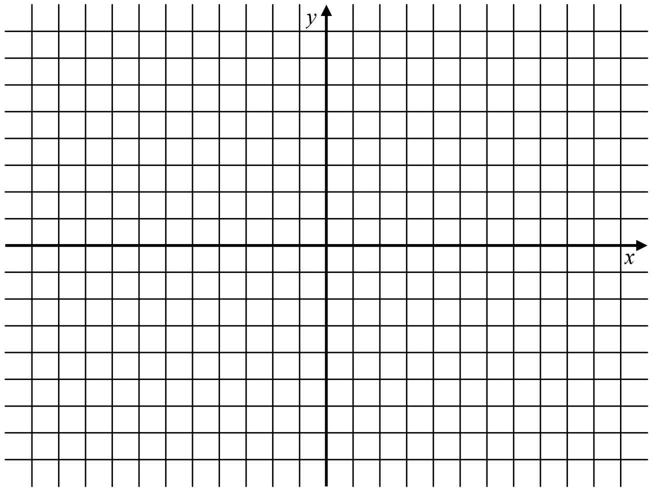
7. Az $ABCD$ konvex négyszög oldalegyeneseinek egyenlete rendre:

DA: $3x-4y-20=0$, AB: $3x+5y-20=0$,
BC: $4x-3y+12=0$, CD: $5x+3y+15=0$.

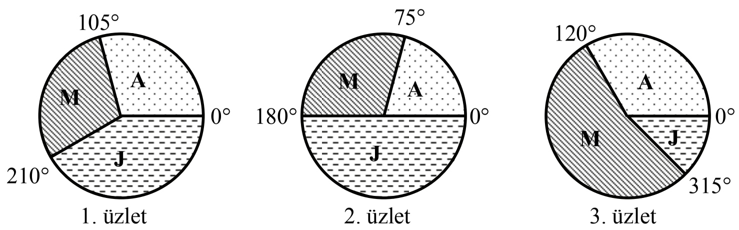
a) Igazolja, hogy a négyszög átlói az x és az y tengelyre illeszkednek, továbbá hogy ennek a négyszögnek nincsen derékszöge!

b) Bizonyítsa be, hogy ez a négyszög húrnégyszög!

a)	8 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	16 pont	



4. Egy könyvkiadó minden negyedévben összesíti, hogy három üzletében melyik szépirodalmi kiadványából fogyott a legtöbb. A legutóbbi összesítéskor mindhárom üzletben ugyanaz a három szerző volt a legnépszerűbb: Arany János, Márai Sándor és József Attila. Az alábbi kördiagramok szemléltetik, hogy az üzletekben milyen arányban adták el ezeknek a szerzőknek a műveit. A kördiagramok az első üzletből 408, a másodikból 432, a harmadikból 216 eladott könyv eloszlásait szemléltetik.



a) A kördiagramok adatai alapján töltse ki az alábbi táblázatot! Melyik szerző műveiből adták el a vizsgált időszakban a legtöbb könyvet?

	1. üzlet	2. üzlet	3. üzlet	Összesített forgalom
Arany János				
Márai Sándor				
József Attila				
Összesen	408	432	216	

b) Készítsen olyan oszlopdiagramot a táblázat alapján, amely a vizsgált időszakban a szerzők szerinti összesített forgalmat szemlélteti!

A könyvkiadó a három üzletében minden eladott könyvhöz ad egy sorsjegyet. Ezek a sorsjegyek egy közös sorsoláson vesznek részt negyedévenként. A vizsgált időszakban azok a sorsjegyek vesznek részt a sorsoláson, amelyeket a fenti három szerző műveinek vásárlói kaptak. Két darab 50 ezer forintos könyvutalványt sorsolnak ki köztük.

c) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a vizsgált időszak sorsolásán mind a két nyertes sorsjegyet Márai Sándor egy-egy könyvéhez adták, és mindkét könyvet a 2. üzletben vásárolták?
Válaszát három tizedesjegy pontossággal adja meg!

a)	5 pont	
b)	3 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	13 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

6. Legyen $f(x)=-\frac{4x^3}{a}+\frac{3x^2}{a}+\frac{2x}{a}-a$, ahol a pozitív valós szám és $x\in\mathbf{R}$.

a) Igazolja, hogy $\int_0^a f(x)\,dx=-a^3+a$.

b) Mely pozitív valós a számokra teljesül, hogy $\int_0^a f(x)\,dx\geq 0$?

c) Az x mely pozitív valós értéke esetén lesz a $g(x)=-x^3+x$ függvénynek lokális (helyi) maximuma?

a)	6 pont	
b)	4 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	16 pont	

II.

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

5. Egy áruházban egy mosóport négyféle kiszerelésben árusítanak. Az első kiszerelés 50%-kal drágább a harmadiknál, és 20%-kal kevesebb mosópor van benne, mint a másodikban. A második 50%-kal több mosóport tartalmaz, mint a harmadik, és 25%-kal többe kerül, mint az első.

a) Az első három kiszerelés közül melyikben a legalacsonyabb a mosópor egységára?

A negyedik fajta kiszerelést úgy állították össze, hogy annak dobozán a feltüntetett egységár megegyezett az első három kiszerelés átlagos egységárával.

b) Ha a legolcsóbb kiszerelésű dobozon 600 Ft egységárat tüntettek fel, akkor hány forint egységár szerepel a negyedik fajta dobozon?

a)	13 pont	
b)	3 pont	
Ö.:	16 pont	