Azonosító jel:

ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2011. május 3.

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2011. május 3. 8:00

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

NEMZETI ERŐFORRÁS MINISZTÉRIUM

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!**
   Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 9. feladatra nem kap pontot.

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
9. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
11. A szürkített téglalapokba semmit nem írhat!

I.

1. Adott az $f:[-2;5]\rightarrow R,\ f(x)=-x^2-2x+3$ függvény.

a) Jellemezze a függvényt a következő szempontok szerint: növekedés, fogyás, szélsőérték (helye és értéke)!

b) A $[-2;5]$ intervallum mely legbővebb részhalmazán értelmezhető a

$g(x)=\dfrac{1}{\lg(x^2+2x-3)-\lg 5}$ kifejezés?

a)	7 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	14 pont	

2. Egy egyetem mesterképzőjére jelentkező 29 hallgatónak nyilatkoznia kellett arról, van-e angol, német vagy francia nyelvvizsgájuk. Mindenki válaszolt – igennel vagy nemmel – mind a három kérdésre.
A jelentkezők közül angol nyelvvizsgája 22, német 18, francia 18 hallgatónak van. 12 hallgatónak német és francia nyelvvizsgája is van, de közülük 3 főnek nincs angol nyelvvizsgája. Az angol nyelvvizsgával rendelkezők közül 7-nek nincs német és 8-nak nincs francia nyelvvizsgája.

a) Hány jelentkező válaszolt mindhárom kérdésre igennel?

b) Hány jelentkező válaszolt mindhárom kérdésre nemmel?

a)	3 pont	
b)	9 pont	
Ö.:	12 pont	

3. Egy zöldség-gyümölcs kiskereskedő a nagybani piacon hétfőn 165 kg sárgabarackot, kedden 165 kg őszibarackot vásárolt. Egy rekesznyi őszibarack 2 kg-mal kisebb tömegű, mint egy rekesznyi sárgabarack, ezért 8 rekesszel több volt az őszibarack, mint a sárga.
Hány kilogramm sárgabarack volt egy-egy rekeszben, és hány rekesszel vásárolt ebből hétfőn a kiskereskedő? (Hétfőn minden rekeszben ugyanannyi kg sárgabarack, kedden minden rekeszben ugyanannyi kg őszibarack volt.)

Ö.:	12 pont	

4. Egy *ABCDE* négyoldalú szabályos gúla alaplapja az *ABCD* négyzet. A gúlát elmetsszük az *EAC* síkkal. A síkmetszet területe 64 cm^2. Ha a gúlát az *E* csúcsától mért 4 cm távolságban, az alaplappal párhuzamos síkkal metsszük el, akkor 32 cm^2 területű síkmetszetet kapunk.

a) Mekkora a gúla magassága, és mekkora az alaplapjának területe?

b) Számítsa ki a gúla alaplapjának és oldallapjának hajlásszögét!

a)	10 pont	
b)	3 pont	
Ö.:	13 pont	

II.

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

5. Vizsgáljuk azt a sorozatot, amelynek n-edik tagja adott $\alpha \in \mathbf{R}$ esetén: $a_n = n + \sin(n\alpha)$.

a) Legyen $\alpha = \frac{\pi}{3}$. Írja fel a sorozat első három tagjának pontos értékét!

b) Milyen $\alpha \in [0; 2\pi]$ esetén lesznek az a_1, a_2, a_3 számok – ebben a sorrendben – egy konstans sorozattól különböző számtani sorozat szomszédos tagjai?

A megoldásában használhatja az alábbi azonosságokat is:

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2};$$

$$\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha.$$

a)	3 pont	
b)	13 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

6. Egy urnában egy fehér, egy piros és egy kék golyó található. Egymás után ötször húzunk az urnából egy-egy golyót úgy, hogy a kihúzott golyót minden húzás után visszatesszük.

a) Mekkora a valószínűsége, hogy az öt húzás során kihúzott kék és piros golyók száma megegyezik?

b) Mekkora a valószínűsége, hogy az öt húzás során több kék golyót húzunk, mint pirosat?

a)	8 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

7. Egy újfajta, enyhe lefolyású fertőző betegségben a nagyvárosok lakosságának 5%-a betegszik meg. A betegek 45%-a rendszeres dohányos, a betegségben nem szenvedőknek pedig csak 20%-a dohányzik rendszeresen.

a) Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy nagyváros száz véletlenszerűen kiválasztott lakosa között legalább két olyan ember van, aki az újfajta betegséget megkapta?
(Válaszát két tizedes jegyre kerekítve adja meg!)

b) Számítsa ki, hogy a rendszeres dohányosoknak és a nem dohányosoknak hány százaléka szenved az új betegségben!
(Válaszát egy tizedes jegyre kerekítve adja meg!**)**

a)	7 pont	
b)	9 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

8. Pali és Zoli közösen egy 60 m $\times$ 30 m-es, téglalap alakú telket vásárolt. A telket egymás között két olyan egybevágó derékszögű trapézra osztották fel, amelynek a rövidebb alapja 20 m. Jelölje *EF* a közös határvonalszakaszt!

a) Számítsa ki a közös *EF* határvonal hosszát!
(Az eredményt méterben, egy tizedes jegyre kerekítve adja meg!)

A közös határvonalon Palinak kellett volna kerítést építtetni, de nem volt erre a célra pénze. Ezért Zolinak a következő ajánlatot tette: átad neki a telkéből egy háromszög alakú részt, ha Zoli csináltatja meg a telküket elválasztó kerítést. Zoli szerette volna telkének 20 m-es határát maximum 8 méterrel megnövelni, így elfogadta az ajánlatot, és az új közös határvonalnak az *EG* szakaszt jelölte meg. A telek négyzetméterének ára 30 000 Ft, a kerítés megépíttetésének költsége 15 000 Ft/m. Az egyéb felmerülő költségeket egyenlő arányban osztották meg.

b) Legalább hány m hosszú legyen a *FG* szakasz, hogy Zoli járjon jobban?
(Az eredményt egy tizedesre kerekítve adja meg!)

a)	4 pont	
b)	12 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

9. Egy játéküzemben fa elemekből álló építőkészletet gyártanak. Ha x darab készletet gyártanak naponta, akkor a teljes gyártási költség $k(x)=\frac{x^{1,5}}{5}+12x+300$ euró. Egy készletet 18 euróért tudnak értékesíteni.

a) Naponta hány készletet gyártson az üzem, hogy a haszon a lehető legnagyobb legyen? Mennyi ez a maximális haszon?

b) Az építőkészlet egyik darabját úgy készítik, hogy egy 3 cm élhosszúságú kockának mind a nyolc „csúcsát” levágják egy-egy sík mentén úgy, hogy a fűrész a csúcsba futó mindhárom élt a csúcstól 1 cm távolságban vágja el. Az így kapott test térfogata hány százaléka az eredeti kocka térfogatának?
A választ egész számra kerekítve adja meg!
(A fűrészeléskor keletkező anyagveszteség elhanyagolható, számításaiban nem kell figyelembe vennie!)

a)	9 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	16 pont	

<table>
<tr><td></td><td>a feladat sorszáma</td><td>maximális pontszám</td><td>elért pontszám</td><td>maximális pontszám</td><td>elért pontszám</td></tr>
<tr><td rowspan="4">I. rész</td><td>1.</td><td>14</td><td></td><td rowspan="4">51</td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td>2.</td><td>12</td><td></td></tr>
<tr><td>3.</td><td>12</td><td></td></tr>
<tr><td>4.</td><td>13</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="5">II. rész</td><td></td><td>16</td><td></td><td rowspan="4">64</td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td></td><td>16</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>16</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>16</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="4">← nem választott feladat</td></tr>
<tr><td colspan="4">Az írásbeli vizsgarész pontszáma</td><td>115</td><td></td></tr>
</table>

dátum

javító tanár

---

	elért pontszám **egész számra** kerekítve	programba beírt **egész** pontszám
I. rész		
II. rész		

javító tanár

jegyző

dátum

dátum