

	a feladat sorszáma		maximális pontszám	elért pontszám	maximális pontszám	elért pontszám
	1.	2.	3.	4.	51	
I. rész						
II. rész						
Az írásbeli vizsgarész pontszáma					115	
← nem választott feladat						

dátum

javító tanár

I. rész	elért pontszám egész száma keréktíve	programba beírt egész pontszám
II. rész		

javító tanár

jegyző

dátum

dátum

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2011. október 18.

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ

ÍRÁSBELI VIZSGA

2011. október 18. 8:00

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

NEMZETI ERŐFORRÁS

MINISZTERIUM

1. I.

Kinga 10. születésnapja óta kap havi zsebpénzt a szüleitől. Az első összeget a 10. születésnapján adták a szülők, és minden hónapban 50 Ft-tal többet adnak, mint az azt megelőző hónapban. Egy bizonyos hónapban, mikor éppen 1850 Ft volt a havi zsebpénze, összeadta az addig kapott összes zsebpénzét. Az összeg 35 100 Ft lett. Mennyi volt Kinga induló zsebpénze, és hány hónap telt el a 10. születésnapja óta?

Ö.: 12 pont

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

9. Öt, egymástól távol eső tanya között kábeleket feszítenek ki, bármely két tanya között legfeljebb egyet.
- a) Elvileg összesen hány különböző hálózatot lehetséges létrehozni a tanyák között? (A hálózatban a kifeszített kábelek száma 0-tól 10-ig bármennyi lehet. Két hálózatot akkor tekintünk különbözőnek, ha van olyan összeköttetés, amely az egyikben létezik, de a másikban nem.)

b) Takarékosági okokból csak 4 kábelt feszítenek ki úgy, hogy a hálózat azért összefüggő legyen. (Összefüggőnek tekintünk egy hálózatot, ha a kábelek mentén bármely tanyáról bármely másikba el lehet jutni, esetleg más tanyák közbeiktatásával.) Hány különböző módon tehetik ezt meg, ha az egyes tanyákat megkülönböztetjük egymástól?

a)	4 pont
b)	12 pont
Ö.:	16 pont

2. Az ENSZ 1996-ban megjelent táblázatának egy részlete a nyolc legnagyobb népességű ország népességi adatait tartalmazza 1988-ban, és egy népesedésdinamikai modell előrejelzése alapján 2050-ben.

Sorrend	1988		2050 (előrejelzés)	
	Ország	Népességszám (millió fő)	Ország	Népességszám (millió fő)
1	Kína	1255	India	1533
2	India	976	Kína	1517
3	Egyesült Államok	274	Pakisztán	357
4	Indonézia	207	Egyesült Államok	348
5	Brazília	165	Nigéria	339
6	Oroszország	148	Indonézia	318
7	Pakisztán	147	Brazília	243
8	Japán	126	Banglades	218

(World Population Prospects: The 1996 Revision)

Feltételezzük, hogy Pakisztán lakossága 1988 és 2050 között minden évben ugyanannyi százalékkal nő, mint amennyi százalékkal az előző évben növekedett.

- a) Ezzel a feltételezéssel élve – millió főre kerekítve – hány lakosa lesz Pakisztán-nak 2020-ban? (Az évi százalékos növekedés két tizedesjegyre kerekített értéké-vel számoljon!)
- b) A táblázat mindkét oszlopában szereplő országok népességi adataira vonatko-zóan mennyivel változik az átlagos lakosságszám és a medián 1988 és 2050 kö-zött? (Válaszát millió főben, két tizedesjegyre kerekítve adja meg.)

a)	7 pont
b)	5 pont
Ö.:	12 pont

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

8. a) Ábrázolja a derékszögű koordináta-rendszerben az $f : [0; 5] \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \left| x^2 - 4x + 3 \right|$ függvényt!
- b) Tekintsük az $\left[\left(\frac{x}{2} - 2 \right)^{\frac{x}{2}} - 1 \right] = \frac{x}{2}$ paraméteres egyenletet, ahol k valós paraméter. Vizsgálja a megoldások számát a k paraméter függvényében!
- c) Ábrázolja a megoldások számát megadó függvényt a $k \in] - 6; 6[$ intervallumon!
- d) Adja meg a c)-beli függvény értékkészletét!

a)	5 pont
b)	7 pont
c)	2 pont
d)	2 pont
Ö.:	16 pont

3. Egy 32 fős érettségiző osztály tanulói három különböző táncot mutatnak be a szalag-
avató bálon. Az alábbi táblázat az egyes táncokban fellépő diákok számát mutatja
nemenkénti bontásban.

	Keringő	Kán-kán	Hip-hop	Egyik sem
Lány	9	6	10	2
Fiú	9	0	4	2

Van 2 olyan lány, aki mindhárom táncban fellép, ugyanakkor nincs olyan fiú az osztály-
ban, aki egynél több produkcióban részt venne.

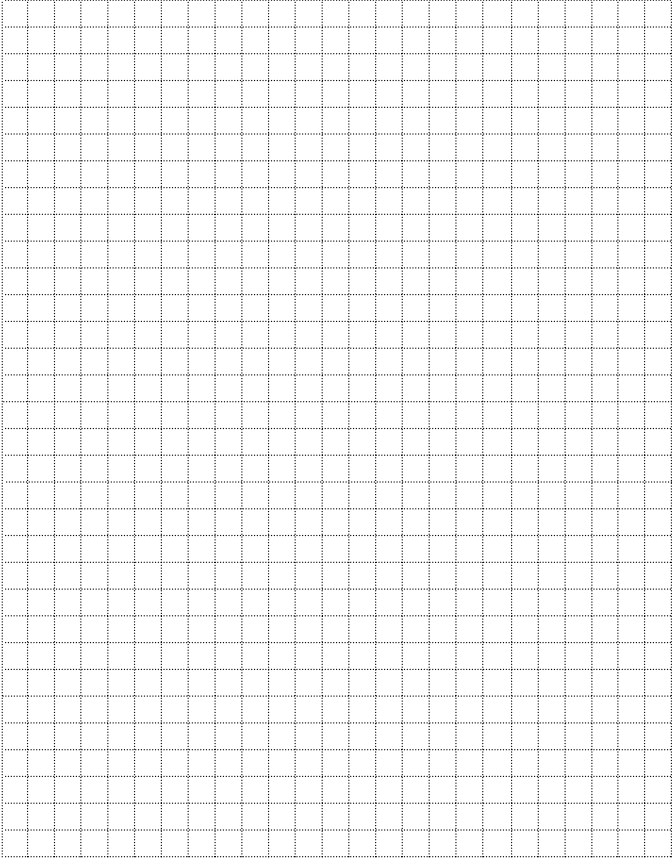
- a) A lányok közül kettőt véletlenszerűen kiválasztva, mennyi annak a valószínű-
sége, hogy mindketten táncolnak a kán-kánban?
- b) Az osztály tanulói közül egyet véletlenszerűen kiválasztva, mennyi a valószínű-
sége annak, hogy az illető pontosan két táncban szerepel?

a)	5 pont	
b)	9 pont	
Ö.:	14 pont	

4. Oldja meg a következő egyenletrendszert, ha x és y valós számok, továbbá $x > 0$, $x \neq 1$ és $y > 0$, $y \neq 1$.

$$\begin{aligned} \log_x y + \log_y x &= 2 \\ \sin(2x + 3y) + \sin(4x + y) &= 1 \end{aligned}$$

Ö.: 13 pont



Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

6. a) Két szabályos dobókockát egyszerre feldobunk. Számítsa ki a következő két esemény valószínűségét:
A: a dobott pontok összege prím;
B: a dobott pontok összege osztható 3-mal.
- b) Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyekből véletlenszerűen kiválasztunk három különbözőt. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott számjegyek mindegyikének egyszeri felhasználásával 4-gyel osztható háromjegyű számot tudunk képezni?
- c) Az ABCD négyzet csúcsai: $A(0; 0)$, $B\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$, $C\left(\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, $D\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Véletlenszerűen kiválasztjuk a négyzet egy belső pontját.
Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott pont a koordinátatengelyek és az $f: \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \cos x$ függvény grafikonja által határolt tartomány egyik pontja?

a)	6 pont
b)	5 pont
c)	5 pont
Ö.:	16 pont

II.

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

5. Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amelyik illeszkedik a $P(2, 5)$ pontra, valamint az $x + y = 4$ és az $x + y = 6$ egyenletű egyeneseket olyan pontokban metszi, amelyek első koordinátájának különbsége 3.

Ö.:	16 pont
-----	---------