Azonosító jel: | | | | | | | | | | | | | | |

ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2012. május 8.

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2012. május 8. 8:00

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

NEMZETI ERŐFORRÁS MINISZTÉRIUM

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.

2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.

3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!**
Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 9. feladatra nem kap pontot.

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!

5. **A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**

6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**

7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.

8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!

9. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!

11. Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!

I.

1. Egy háromszög a, b és c oldalairól tudjuk, hogy:

$c = 2b$;

$a^2 + b^2 = 4$;

$a^2 - b^2 = 2$.

a) Mekkorák a háromszög oldalai?
b) Mekkorák a háromszög szögei?
c) Mekkora a beírt körének sugara?

Az eredmények pontos értékét adja meg!

a)	4 pont	
b)	5 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	13 pont	

2.

a) Egy szabályos dobókockával kétszer dobunk, és a kapott számokat a dobás sorrendjében beírjuk a $\overline{8a567b}$ hatjegyű számban az a és a b helyére. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az így kapott hatjegyű szám minden számjegye különböző?

b) Megadunk négy halmazt:
Az A halmaz elemei a héttel osztható pozitív kétjegyű számok.
A B halmaz elemei a 29 kétjegyű pozitív többszörösei.
A C halmaz elemei mindazok a pozitív kétjegyű számok, amelyeknél a 11-gyel nagyobb szám négyzetszám.
A D halmaz elemei mindazok a pozitív kétjegyű számok, amelyeknél a 13-mal kisebb szám négyzetszám.

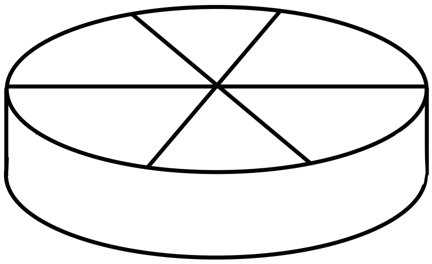
b1) Hány elemű az $A \cup C$ halmaz?

b2) Hány elemű a $B \cap D$ halmaz?

b3) Melyek azok a kétjegyű pozitív egészek, amelyek a fenti négy halmaz közül pontosan kettőnek az elemei?

a)	4 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	12 pont	

3. Egy kerek dobozban piros, egy másik, ugyanilyen dobozban pedig kék címkéjű csomagolt sajtok vannak. A 6-6 egyforma méretű, egymástól nem megkülönböztethető sajt szelet teljesen kitölti az egyes dobozokat. A dobozok tartalmát kiöntjük az asztalra. Hány különböző elrendezésben tehetünk vissza ebből a 12 darab sajtból 6 darabot az egyik dobozba címkéjükkel felfelé? (Két elrendezést különbözőnek tekintünk, ha azok forgatással nem vihetők egymásba.)



Ö.:	12 pont	

4.

a) Adott az $a_n = \frac{1}{7}\cdot\frac{1}{7^3}\cdot\frac{1}{7^5}\cdot\ldots\cdot\frac{1}{7^{2n-1}}$, $n\in\mathbf{N}^+$ sorozat.

Melyik az a legnagyobb *n* természetes szám, amelyre $a_n > 49^{-50}$?

b) Adott a $b_n = \frac{1}{7}+\frac{1}{7^3}+\frac{1}{7^5}+\ldots+\frac{1}{7^{2n-1}}$, $n\in\mathbf{N}^+$ sorozat.

Számítsa ki a $\lim\limits_{n\to\infty} b_n$ határértéket!

a)	10 pont	
b)	4 pont	
Ö.:	14 pont	

II.

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

5.

a) A derékszögű koordináta-rendszerben adott egy téglalap, amelynek csúcsai: $A(0;0)$, $B(4;0)$, $C(4;1)$ és $D(0;1)$. Véletlenszerűen kiválasztjuk a téglalap egy belső $P(x;y)$ pontját.

Mennyi annak a valószínűsége, hogy $y \le \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}$?

b) Marci a farsangi rendezvényre kibocsátott 200 darab tombolajegyből 4-et vásárolt. A tombolán 10 nyereménytárgyat sorsolnak ki. Minden tombolajeggyel legfeljebb egy tárgyat lehet nyerni.

b1) Mennyi annak a valószínűsége, hogy Marci pontosan egy tárgyat nyer a tombolán?

b2) Mennyi annak a valószínűsége, hogy Marci nyer a tombolán?

Az eredményeket – a közbülsőket is – négy tizedesjegyre kerekítve számolja ki!

a)	5 pont	
b1)	5 pont	
b2)	6 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

6. Az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=ax^2+bx+c$ másodfokú függvény grafikonjának tengelypontja a $T(4;\ 2)$ pont, és a $P(2;0)$ pont is illeszkedik a grafikonra.

a) Számítsa ki az *a*, *b*, *c* együtthatók értékét!

b) Írja fel a grafikon 3 abszcisszájú pontjába húzható érintő egyenletét!

c) Számítsa ki az *f* grafikonja és az *x* tengely által határolt tartomány területet!

a)	6 pont	
b)	5 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

7. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$6\cdot\left(3^{\log_3 x}\right)^{\log_3 x}=\left(x^2\right)^{\log_3 x}-6075.$$

Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

8. Egy cég három városban nyitott fiókot. A kőszegi fiókban dolgozók átlagéletkora 37 év, a tatai fiókban dolgozóké 23 év, a füredi fiókban dolgozóké pedig 41 év.

Három alkalommal szerveztek tanulmányutat a cégnél. Ezeken az utakon csak a cégnél dolgozók vettek részt, és mindenki elment azokra a tanulmányi utakra, amelyekre beosztották. Az egyes utakra a két-két kijelölt fiók minden munkatársát beosztották.

Az első utat a kőszegi és a tatai fiók munkatársainak szervezték. Ezen az úton a résztvevők átlagéletkora 29 év volt. A második úton – amelyen a kőszegi és a füredi fiókban dolgozók vettek részt – a résztvevők átlagéletkora 39,5 év volt. A harmadik tanulmányúton a tatai és a füredi fiók munkatársai vettek részt. Ezen az úton a résztvevők átlagéletkora 33 év volt.

Mennyi az átlagéletkora a cég összes dolgozójának?

Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

9. Egy képzőművészeti galéria új kiállítótermet nyitott gyermekek számára. A terem alakja egy négyzet alapú egyenes gúla, melynek belső méretei: az alapél 12 méter, az oldalél 10 méter.
Az egyik kiállító művész azt kérte, hogy a kiállítás kivitelezője ragasszon az oldalfalakra körbe az alapélekkel párhuzamos keskeny színes csíkot (vonalat), amelyre majd a kiírásokat elhelyezik. A színes vonalak vízszintes, képzeletbeli síkja éppen felezte a kiállítótér térfogatát.

a) Mekkora a színes vonalak összes hossza? Milyen magasan helyezkedik el a padló síkja felett a képzeletbeli felezősík?

A kiállítás megnyitására a hangmérnök úgy helyezte el a terem legmagasabb pontjáról belógatott mikrofont, hogy az minden oldalfaltól és a padlótól is azonos távolságra legyen.

b) Milyen hosszú volt a belógató vezeték, ha a mikrofon és a rögzítés méretétől eltekintünk?
(Válaszait cm pontossággal adja meg!)

a)	9 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	16 pont	

	a feladat sorszáma	maximális pontszám	elért pontszám	maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	1.	13		51	
	2.	12			
	3.	12			
	4.	14			
II. rész		16		64	
		16			
		16			
		16			
		← nem választott feladat			
Az írásbeli vizsgarész pontszáma				**115**	

dátum

javító tanár

	elért pontszám **egész számra** kerekítve	programba beírt **egész** pontszám
I. rész		
II. rész		

javító tanár

jegyző

dátum

dátum