

a feladat sorszáma	maximális pontszám	elérte pontszám	maximális pontszám	elérte pontszám
1.	11	11		
2.	12			
3.	14			
4.	14			
II. rész	16			
	16			
	16			
	16			
← nem választott feladat				
Az írásbeli vizsgarész pontszáma		115		

dátum _____

javító tanár _____

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2013. október 15. 8:00

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Pótlapok száma	_____
Tiszázati	_____
Piszkozati	_____

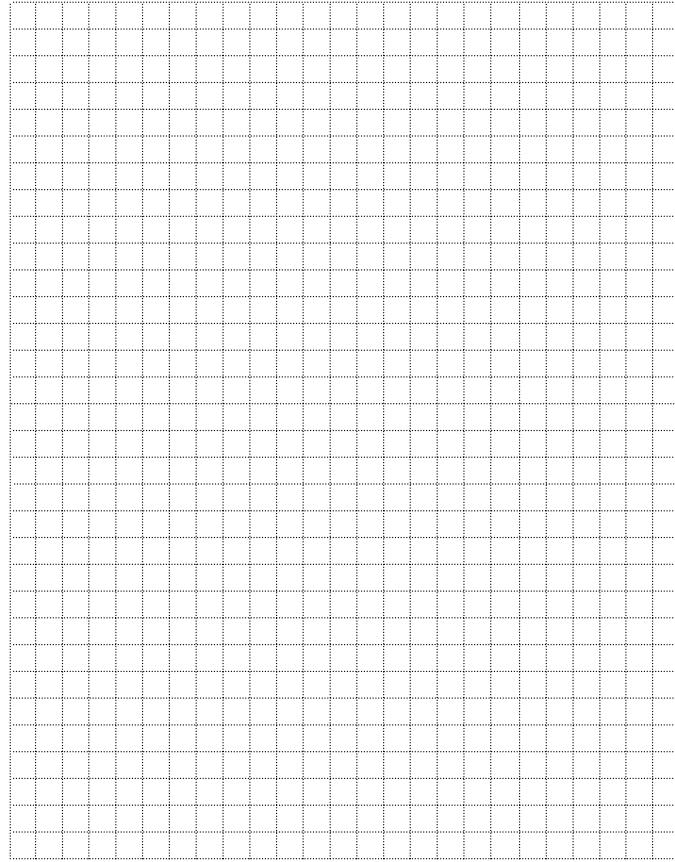
EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

jegyző _____
dátum _____

elérte pontszám egész számra kerékítve	programba betűt egész pontszám
I. rész	
II. rész	

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
 2. A feladatok megoldási sorrendje térszöges.
 3. A II. részben kitüzzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorozmának írja be a dolgozat befejezéskor az általibbi nézettel!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitüzzött sorrend szerinti legutolsó feladatara nem kap pontot.
- 
4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédszköz használata tilos!
 5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
 6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
 7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a térei megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tételek(ek)re való hivatalkozás csak akkor fogadható el teljes értékükönként, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.
 8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
 9. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat cenzúrával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
 10. minden feladatnak csak egy negoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
 11. Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!



I.

1. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket!

a) $\sqrt{x+2} = -x$

b) $2^{2(x-1)(x+4)} = 4^{\frac{x-1}{x+4}}$ ($x \neq -4$)

a)	4 pont	
b)	7 pont	
Ö:	11 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámat írja be a 3. oldalon található üres négyzethe!

9. Egy körvonalon felvettünk öt pontot, és behúztuk az általuk meghatározott 10 húrt. Jelölje a pontokat pozitív körüljárási irányban rendre A, B, C, D és E .

a) Véletlenszerűen kiválasztunk 4 húrt. Mennyi annak a valószínűsége, hogy ezek a húrok egy konvex négyzetet alkotnak?

b) Hányféleképpen juthatunk el a húrok mentén A -ból C -be, ha a B, D és E pontok mindegyikén legfeljebb egyszer haladhatunk át? (Az A pontot csak az út kezdetén, a C pontot csak az út végén érinthetjük.)

c) A 10 húr mindegyikét kiszínezik egy-egy színnel, pirostra vagy sárgára vagy zöldre. Hány olyan színezés van, amelyben minden három szín előfordul?

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	8 pont	
Ö:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámat írja be a 3. oldalon található üres négyzethe!

8. Melyek azok a tízes számréndszerben kétjegyű természetes számok, amelyekben a számjegyek számtani és harmonikus középenek a különbsége 1?

Ö:	16 pont	
----	---------	--

3. Egy 50 adatból álló adatsokaság minden adata eleme a $\{0; 1; 2\}$ halmaznak.

- a) Legfeljebb hány 2-es lehet az adatsokaságban, ha az adatok átlaga 0,32?
- b) Lehet-e az 50 adat mediana 0, ha az átlaguk 1,04?
- c) Lehet-e az 50 adat egyetlen módszera az 1, ha az átlaguk 0,62?

a)	4 pont	
b)	7 pont	
c)	3 pont	
Ö:	14 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszésre szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámat írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

7. Az $ABCDEF$ szabályos hatszögben a rövidebb átló hossza $5\sqrt{2}$.

a) Számítsa ki a hatszög területének pontos értékét!

- b) Az $ABCDEF$ hatszög oldalfelező pontjai által meghatározott szabályos hatszög területét jelölje t_1 , a t_1 területű hatszög oldalfelező pontjai által meghatározott szabályos hatszög területét t_2 , és így tovább, képezve ezzel a $\{t_n\}$ sorozatot. Számítsa ki a $\lim_{n \rightarrow \infty} (t_1 + t_2 + \dots + t_n)$ határértéket! (Pontos eredmékkel számoljon!)

a)	6 pont	
b)	10 pont	
Ö:	16 pont	

- 4.** Aranyékszerek készítéskor az aranyat minden ötvözük valamelyen másik fémmel. A kártát az aranyötvözöt finomsági fokát jelöl. Egy aranyötvözöt 1 karátos, ha az ötvözöt teljes tömegének $\frac{1}{24}$ része arany, a k karátos aranyötvözöt tömegének pedig $\frac{k}{24}$ része arany.

Kata ötökötlött a nagymamájától egy 17 grammos, 18 karátos aranyláncot. Ebből két darab 14 karátos karikagyűrűt szeretne csinálni.

- a) Legfeljebb hány gramm lehet a két gyűrű együttes tömege, ha aranytartalmuk összesen sem több, mint az aranylánc aranytartalma?
- b) Kata végül két olyan gyűrűt készítettet, amelyek együttes tömege 16 gramm. (A megnaradó 14 karátos aranyötvözöt törte aranyként visszakapta.) Az elkecsült két karikagyűrű tekinthető két lyukas hengernek, amelyek szélessége (a lyukas hengerek magassága) megegyezik. Az egyik gyűrű belső átmérője 17 mm, és mindenhol 1,5 mm vastag, a másik gyűrű belső átmérője 19,8 mm, vastagsága pedig mindenhol 1,6 mm. Hány mm a gyűrük szélessége, ha a készítésükhoz használt 14 karátos aranyötvözöt sűrűsége $15 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$?

Válaszait egy tizedesjegyre kerekítve adj meg!

a)	4 pont
b)	10 pont
Ö:	14 pont

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámat írja be a 3. oldalon található üres négyzethe!

- 6.** Egy teherzállító taxikat üzemeltető társaság egyik, elsősorban városi forgalomban alkalmazott kocsijának teljes működési költsége két részből tevődik össze:
- az üzemeltetési költség $x \frac{\text{km}}{\text{h}}$ átlagsebesség esetén $400 + 0,8x$ Ft kilométerenként;
 - a gépkocsivezető alkalmazása 2200 Ft óránként.

- a) Mekkora átlagsebesség esetén minimális a kocsi kilométerenkénti működtetési költsége? Válaszát $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ -ban, egészre kerekítve adj meg!

- b) A társaság emblémájának alaprajzát az f és \bar{f} függvények grafikonjai által közrezárt síkidommal modellezhetjük, ahol

$$f : [0; 6] \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & \text{ha } x \in [0; 4] \\ \frac{x^2 - 12x + 36}{2}, & \text{ha } x \in [4; 6] \end{cases}.$$

Számítsa ki az embléma modelljének területét!

a)	8 pont	
b)	8 pont	
Ö:	16 pont	

II.

Az 5-9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámat írja be a 3. oldalon található üres négyzethe!

- 5.** Egy iskola alapítványi báján a korábban szokásos tombolaliúzás helyett egy egyszerű lottóhúzást szerveznek. A szelvénnyt vásárolóknak az első tíz pozitív egész szám közül kell otót megijelölniük. Húzáskor öt számot sorsolnak ki (az egyszer már kihúzott számokat nem teszik vissza). Egy lottószelvénny 200 Ft-ba kerül. Egy telitalálatos szelvénnyel 5000 Ft értékű, egy négytalálatos szelvénnyel 1000 Ft értékű, az alapítvány által vásárolt könyvtalványt lehet nyerni. Négynek kevesebb találatot elérő szelvénnyel nem lehet nyerni semmit.

a) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a legkisebb kihúzott szám a 3.

b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a számokat növekvő sorrendben húzzák ki?
Az a) és b) kérdésekre adott válaszait három tizedesjegyre kerekítve adj meg!

- c) Számolással igazolja, hogy (három tizedesjegyre kerekítve) a telitalálat valószínűsége 0,004, a négyes találat valószínűsége pedig 0,099.
d) Ha a húzás előtt 240 szelvénnyt adtak el, akkor mekkora az alapítvány lottóhúzásból származó hasznának várható értéke?

a)	3 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
d)	5 pont	
Ö:	16 pont	