	a feladat sorszáma	pontszám maximális	elért	maximális	elért
I. rész	1.	13		51	
	2.	12			
	3.	13			
	4.	13			
II. rész		16		64	
		16			
		16			
		16			
		← nem választott feladat			
Az írásbeli vizsgarész pontszáma				**115**	

dátum — javító tanár

	pontszáma **egész számra** kerekítve: elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum — dátum

javító tanár — jegyző

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2018. május 8.

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2018. május 8. 8:00

Időtartam: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.

2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.

3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!

5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**

6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**

7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek az átlag és a szórás kiszámítására abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, így azokért nem jár pont.**

8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.

9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!

10. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!

12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

I.

1. Negyven egyetemi hallgató férfi egész kilogrammra kerekített testtömegéről ad tájékoztatást az alábbi táblázat.

tömeg (kg)	**53-56**	**57-60**	**61-64**	**65-68**	**69-72**	**73-76**	**77-80**
gyakoriság	2	3	4	11	9	6	5

a) A táblázat alapján, az osztályközepek segítségével számítsa ki a 40 hallgató testtömegének átlagát és szórását! (Osztályközép: az osztály alsó és felső határának számtani közepe.)

Egy reklámfilm forgatásához három „pehelysúlyú” és két „nehézsúlyú” fiatalt keresnek. A „pehelysúlyúak” tömege legfeljebb 64 kg lehet, a „nehézsúlyúaké” pedig legalább 77 kg.

b) Hányféleképpen választhatják ki az öt szereplőt, ha mindegyikük a 40 egyetemista közül kerül ki?

Péter – az egyik hallgató – öt érdemjegyet szerzett statisztika tantárgyból az előző félévben. Jegyeinek mediánja a 3, módusza a 2, átlaga pedig 3,2. (Érdemjegy az 1, 2, 3, 4, 5 számok valamelyike lehet.)

c) Határozza meg Péter öt érdemjegyének az érdemjegyek átlagától számított átlagos abszolút eltérését!

a)	5 pont	
b)	3 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	13 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

9. Ottó osztálylottót szervez, melyben az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számok közül ötöt húznak ki. Egy játékszelvényen ennek megfelelően pontosan öt számot kell megjelölni (az alábbi ábra egy üres szelvényt és egy érvényesen kitöltött szelvényt mutat).

1	2	3
4	5	6
7	8	9

~~1~~	~~2~~	3
4	~~5~~	~~6~~
7	~~8~~	9

a) András legalább három találatot szeretne elérni, és ehhez a lehető legkevesebb szelvényt akarja kitölteni. Hány szelvényre van szüksége ahhoz, hogy legalább az egyik szelvényen biztosan legyen legalább három találata?

b) Dóra és Zoli is véletlenszerűen (és érvényesen) kitölt egy-egy szelvényt. Mekkora annak a valószínűsége, hogy pontosan négy közös számot jelölnek be?

c) Hány különböző módon lehet kitölteni az osztálylottószelvényt úgy, hogy a bejelölt öt szám szorzata osztható legyen 3780-nal?

a)	4 pont	
b)	5 pont	
c)	7 pont	
Ö.:	16 pont	

2. **a)** Egy síkbeli négyszög szögei (fokban mérve) egy olyan mértani sorozat egymást követő tagjai, amelynek hányadosa 3. Határozza meg a négyszög szögeit!

b) Egy konvex sokszög szögei (fokban mérve) egy olyan számtani sorozat egymást követő tagjai, amelynek első tagja 143, differenciája 2. Határozza meg a sokszög oldalainak számát!

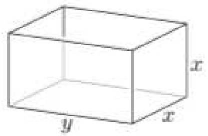
a)	4 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	12 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

8. Egy négyzetes oszlopnak (négyzet alapú egyenes hasábnak) pontosan négy olyan éle van, amelyik 10 cm hosszú. Az oszlop testátlójának hossza 12,5 cm.

a) Számítsa ki a négyzetes oszlop felszínét!

Négyzetes oszlop alakú üveg akváriumot vettünk. A választott akvárium felülről nyitott, négyzetlapjai függőleges síkúak (az ábra szerint), és pontosan 288 liter víz fér bele. Azt szeretnénk tudni, hogy a belső üvegfelületek káros algásodása szempontjából kedvező volt-e a választásunk.



b) Számítsa ki, hogy – a megadott feltételek mellett – hány deciméter hosszúak a lehető legkisebb belső felületű akvárium (belső) élei!

a)	6 pont	
b)	10 pont	
Ö.:	16 pont	

3. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenségeket!

a) $x^2 - 5x < 50$

b) $\log_3(x^2) - \log_9(81x) \le 1$

a)	4 pont	
b)	9 pont	
Ö.:	13 pont	

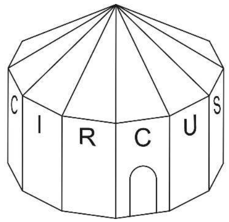
Az 5-9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

7. **a)** Számítsa ki az a, b és c értékét, ha az $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($x \in \mathbf{R}$, $a, b, c \in \mathbf{R}$ és $a \neq 0$) függvényről tudjuk, hogy $f'(2) = 6$ és $f'(6) = 2$, valamint $\int_0^2 f(x)\,dx = \frac{50}{3}$.

b) Határozza meg annak a $P(0;\ 35)$ ponton átmenő egyenesnek az egyenletét, amely érinti az $y = -\frac{1}{2}x^2 + 8x + 3$ egyenletű parabolát!

a)	7 pont	
b)	9 pont	
Ö.:	16 pont	

4. Egy cirkuszi sátor alsó része szabályos tizenkétszög alapú egyenes hasáb, a felső része pedig szabályos tizenkétszög alapú gúla, amelynek alaplapja a hasáb fedőlapjára illeszkedik.
Az alapélek hossza 5 méter, a hasáb alakú rész magassága 8 méter, a felső, gúla alakú rész magassága 3 méter.
A téli időszakban a sátrat olyan (egyforma) fűtőtestekkel fűtik, amelyek egyenként 200 m^3 befűtésére elegendők.



a) Legalább hány ilyen fűtőtestre van szükség?

Titi és Jeromos zsonglőrök az egyik műsorszámukban több buzogányt dobálnak egymásnak. Mindkét zsonglőr nagyon ügyes, hiszen mindegyikük átlagosan csak háromszor hibázik ezer esetből a buzogány elkapásakor (ezt úgy tekintjük, hogy minden elkapáskor 0,003 a hibázás valószínűsége). A két zsonglőr legújabb műsorszámában összesen 72 buzogányelkapás szerepel.

b) Mekkora a valószínűsége annak, hogy legfeljebb egy buzogányelkapási hiba csúszik az előadásukba? Válaszát két tizedesjegyre kerekítve adja meg!

a)	8 pont	
b)	5 pont	
Ö.:	13 pont	

**Az 5-9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

6. **a)** Az A, B és C nemüres halmazokról tudjuk a következőket: az A minden eleme a B-nek is eleme, továbbá C-nek van olyan eleme, amelyik A-nak is eleme.
Az alábbi öt állítás mindegyikéről döntse el, hogy igaz vagy hamis! (Válaszait nem kell indokolnia.)

(1) Van olyan eleme A-nak, amelyik C-nek is eleme.
(2) Nincs olyan eleme C-nek, amelyik B-nek is eleme.
(3) Ha valami eleme B-nek, akkor eleme A-nak is.
(4) Ha valami nem eleme B-nek, akkor az eleme C-nek.
(5) Ha valami nem eleme B-nek, akkor az nem eleme A-nak sem.

Egy 34 fős osztály matematikatanára az egyik óra elején egy rövid, öt kijelentést tartalmazó tesztet írat. A tanulóknak meg kell határozniuk a kijelentések logikai értékét (igaz vagy hamis). A feladatok sorszámuk szerint fokozatosan nehezedők, ennek megfelelő a pontozás is: az n-edik feladat esetén a helyes válasz n pontot ér, a hibás válaszért pedig n pont levonás jár ($n \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$). Tudjuk, hogy mind a 34 tanuló mind az öt tesztkérdésre válaszolt.

b) Bizonyítsa be, hogy van két olyan tanuló, aki ugyanúgy töltötte ki a tesztlapot!

c) Mutassa meg, hogy a teszttel elért összpontszám csak páratlan egész szám lehet!

Jól sikerült tesztet írt Adél, Béla és Csilla, az osztály három tanulója. Tesztjeikkel összesen 39 pontot értek el.

d) Hányféleképpen lehet három, 15-nél nem nagyobb páratlan egész szám összegeként a 39-et felírni, ha az összeadandók sorrendjét is figyelembe vesszük?

a)	3 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
d)	5 pont	
Ö.:	16 pont	