

a feladat sorszáma	pontszám		
	maximális	elért	maximális
I. rész			51
1.	11		
2.	14		
3.	13		
4.	13		
	16		
	16		
II. rész			64
	16		
	16		
	16		
Az írásbeli vizsgarész pontszáma 115			
← nem választott feladat			

dátum

javító tanár

I. rész	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2022. október 18.

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ

ÍRÁSBELI VIZSGA

minden vizsgázó számára

2022. október 18. 8:00

Időtartam: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI HIVATAL

[illegible][illegible]This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray dotted lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámat írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\left(\frac{n}{k}\right)$ kiszámítása, a függvénytáblázatban feltehető táblázatok helyettesítése ($\sin$, $\cos$, $\lg$, $\log$ és ezek inverzei), π és e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek az átlag és a szórás kiszámítására abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, így azokért nem jár pont.**

8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

I.

1. Adott a $C(-6; -2)$ és a $P(-3; 2)$ pont.
- a) Írja fel a C középpontú, P ponton átmenő k kör egyenletét!
 - b) Írja fel a k kör P pontra illeszkedő érintőegyenésének egyenletét!
- A C és P pontokon áthaladó egyenes és a két koordinátatengely egy derékszögű háromszöget határoz meg.
- c) Határozza meg a háromszög köré írható kör sugarának hosszát!

a)	2 pont
b)	3 pont
c)	6 pont
Ö.:	11 pont

Az 5-9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

9. Egy jótékonyági rendezvényen sorsjegyeket árulnak. 5 kék és 3 zöld sorsjegy 6700 Ft-ba, 3 kék és 2 zöld sorsjegy 4200 Ft-ba kerül.

a) Mennyibe kerül külön-külön egy kék, illetve egy zöld sorsjegy?

A sorsjegyek 40%-a kék, 60%-a zöld. A különböző színű sorsjegyekhez tartozó nyere-mények arányát mutatja a táblázat (például az **összes kék** sorsjegynek a 35%-a tárgynye-reményt nyer).

	kék	zöld
tárgynyereményt nyer	35%	40%
1000 Ft-os könyvtartalványt nyer	20%	30%
5000 Ft-os könyvtartalványt nyer	5%	–
nem nyer	40%	30%

Véletlenszerűen kiválasztunk egy sorsjegyet. Legyen az A esemény az, hogy ez a sorsjegy tárgynyereményt nyer, a B esemény pedig az, hogy ez a sorsjegy kék.

- b) Igazolja, hogy $P(A) = 0,38$.
Számítsa ki a $P(B|A)$ feltételes valószínűséget!
Függetlenek-e az A és B események?
- c) Határozza meg az egy kék sorsjegyre eső nyeremény várható értékét, ha a tárgynye-reményt 500 Ft-os értéken vesszük figyelembe!

a)	5 pont
b)	8 pont
c)	3 pont
Ö.:	16 pont

Az 5-9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

8. Egy téglatest egyik éle 4 dm, egy másik éle 2 dm hosszú. A téglatest térfogata 72 dm^3 .
- a) Határozza meg a téglatest felszínét!
- Egy téglatest térfogata 72 dm^3 . A téglatest egyik éle kétszer olyan hosszú, mint egy másik éle.
- b) Határozza meg az ilyen tulajdonságú téglatestek közül a minimális felszínű téglatest éleinek hosszát!
- c) Hányféleképpen választhatunk ki egy téglatest csúcsai közül hármat úgy, hogy a kiválasztott három csúcs által meghatározott sík ne tartalmazza a téglatest egyetlen további csúcsát sem?

a)	2 pont
b)	8 pont
c)	6 pont
Ö.:	16 pont

4. Adott az $f(x) = \sin x$ és a $g(x) = \left(\frac{2x}{\pi}\right)^2$ függvény $(x \in \mathbf{R})$.
- a) Igazolja, hogy mindkét függvény grafikonja áthalad az origón és a $\left(\frac{\pi}{2}; 1\right)$ ponton!
- b) Határozza meg a két függvény grafikonja által közbezárt síkidom területét,
ha $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]!$
- Adott az $a_n = \frac{2 + 2\pi n}{n}$ sorozat $(n \in \mathbf{N}^+)$.
- c) Igazolja, hogy ez a sorozat szigorúan monoton csökkenő és korlátos, és adja meg a sorozat határértékét!

a)	3 pont
b)	5 pont
c)	5 pont
Ö.:	13 pont

Az 5-9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

6. Egy ingatlanhirdetésben sík területen fekvő legelőt kínálnak eladásra. A legelő alakja konvex négyszög, ennek csúcsait jelölje A, B, C és D . A négyszög három oldala $AB = 126$ m, $BC = 65$ m, $CD = 80$ m, két szöge $ABC\hat{=} = 122,5^\circ$ és $ADC\hat{=} = 90^\circ$. A legelőt 0,9 hektár területűnek hirdeti az eladó.

- a) Hány százalékkal nagyobb a legelő valódi területe a meghirdettnél?
(1 ha = 10 000 m²)

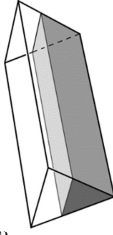
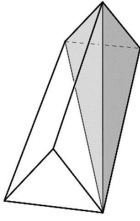
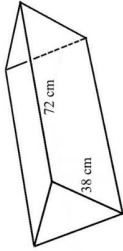
Egy itatóvályú alakja háromszög alapú egyenes hasáb. Vízszintes helyzetében a vályú felül nyitott, a hasábnak ez a lapja párhuzamos a vízszintes talaj síkjával, a háromszög alakú lapok pedig a talaj síkjára merőlegesek (ld. az ábrát). A szabályos háromszög alakú lemezek oldalai 38 cm hosszúak, a két téglalap alakú oldallap pedig 38 cm × 72 cm-es.

A vízszintes helyzetű vályú kezdetben tele van vízzel. A vályút egyik végét megemeljük, ezért a víz egy része kifolyik belőle. A vályúban ekkor a vízfelszín a bal oldali szabályos háromszög alsó csúcsától a jobb oldali szabályos háromszög felső éléig ér, ahogyan az ábra mutatja.

- b) Igazolja, hogy ekkor a vályúban (egészre kerekítve) 15 liter víz van!

A vályút ezután visszafektetjük eredeti, vízszintes helyzetébe

- c) Hány cm magasan áll a víz a vályúban ekkor?



a)	6 pont
b)	5 pont
c)	5 pont
Ö.:	16 pont

II.

Az 5-9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

5. Egy téglalapot hat tartományra osztottak fel az ábrán látható módon. Az A , B , C , D , E , F tartományokat úgy kell kiszínezni, hogy azonos színű tartományok ne érintkezzenek egymással. A színezéshez a piros, kék, zöld és sárga színek használhatók. (Mindegyik tartományt ki kell színezni a megadott színek egyikével, de nem kötelező mind a négy színt felhasználni.)
- a) Hányféleképpen színezhető ki a téglalap úgy, hogy az A és C tartományok színe **különböző** legyen?
- Az A , B , C , D , E és F nemnegatív számokról a következőket tudjuk:
- (1) $A = 6$ és $D = 8$;
 - (2) B számtani közepe A -nak és C -nek;
 - (3) F mértani közepe D -nek és E -nek;
 - (4) F 1-gyel nagyobb B -nél;
 - (5) E 2-vel nagyobb C -nél.
- b) Határozza meg az ismeretlen számok értékét!

A	B	C
D	F	E

a)	7 pont
b)	9 pont
Ö.:	16 pont