Azonosító jel:															

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2025. május 6.

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2025. május 6. 9:00

Időtartam: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI HIVATAL

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.
4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek az átlag és a szórás kiszámítására abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, így azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

I.

1. **a)** Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

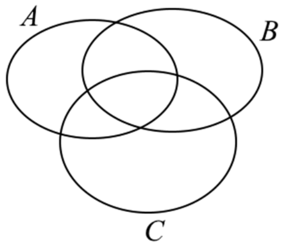
$$2^{x+3} - 2^{x} + 2^{x-1} = 60$$

b) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós számpárok halmazán!

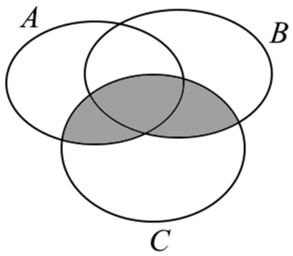
$$\left.\begin{aligned} x + y &= 3(x-1) \\ |x + 2y + 1| &= 5 \end{aligned}\right\}$$

a)	6 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	13 pont	

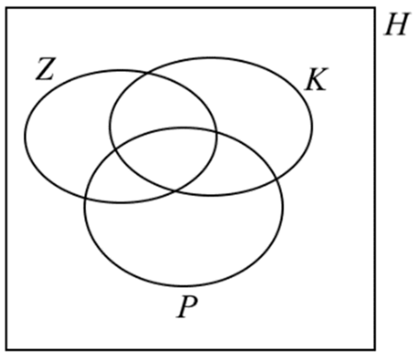
2. **a)** Satírozza be az alábbi ábrán a $B \setminus (A \cap C)$ halmazt!



b) Adja meg halmazműveletek segítségével az alábbi ábrán szürke színnel jelzett részhalmazt!



Legyen a H alaphalmaz a függvények halmaza, Z, K és P pedig a H alábbi részhalmazai:
Z = {zérushellyel rendelkező függvények};
K = {kölcsönösen egyértelmű függvények};
P = {páratlan függvények}.



c) Helyezze el az alábbi hozzárendelésekkel megadott függvények betűjelét az ábra megfelelő részébe!

f: $\mathbf{R} \to \mathbf{R},\ x \mapsto |x|$

g: $\mathbf{R} \to \mathbf{R},\ x \mapsto x^2 + 2$

h: $\mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}, x \mapsto \lg x$

i: $\mathbf{R} \to \mathbf{R},\ x \mapsto \sin x$

Egy négypontú gráf csúcsait megfeleltetjük a fenti f, g, h és i függvényeknek. Két csúcsot pontosan akkor kötünk össze éllel, ha a két megfelelő függvény értékkészletének van közös eleme.

d) Rajzolja fel az így kapott gráfot! Válaszát itt nem kell indokolnia.

a)	2 pont	
b)	2 pont	
c)	4 pont	
d)	3 pont	
Ö.:	11 pont	

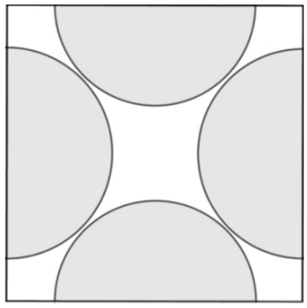
3. Egy pizzériában 2 sonkás pizza és 3 baracklé összesen 7600 Ft-ba kerül, ugyanitt 3 sonkás pizza és 5 baracklé pedig összesen 11 700 Ft-ba.

a) Mennyibe kerül egy sonkás pizza, és mennyibe egy baracklé?

A pizzagyártás során az alapanyag ára és az egyéb költségek (energia, munkaerő stb.) aránya 7 : 3. Az alapanyag ára 15%-kal, az egyéb költségek 25%-kal nőttek az elmúlt évben.

b) Hány százalékkal kerül többe egy pizza elkészítése most, mint tavaly?

Péter takarékoskodik az energiával, ezért egy 46 cm × 46 cm-es tepsiben egyszerre szeretne megsütni két darab 32 cm átmérőjű pizzát. Mivel egészben nem férnek el egymás mellett, ezért Péter félbevágja a pizzákat, és megpróbálja elhelyezni a tepsiben az ábra szerinti elrendezésben. (A fél pizzák középpontja egybeesik a tepsi egy-egy oldalának felezőpontjával, és a fél pizzák között nem lehet átfedés.)



c) Belefér-e így a tepsibe a két pizza?

a)	5 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	13 pont	

4. Bence a történelmi évszámokat tanulva észrevette, hogy három évszám egy mértani sorozat három egymást követő tagja. A három szám közül a legkisebb a 732, a legnagyobb pedig az 1647.

a) Melyik a középső évszám?

Bence tíz matematikajegyének átlaga és mediánja is 4, egyetlen módusza 5. (A jegyek egész számok, 1-től 5-ig.)

b) Határozza meg Bence matematikajegyeit!

Bence tízóraira három kürtőskalácsot vásárol a családnak. Az üzletben diós, fahéjas, kakaós és vaníliás kürtőskalács kapható.

c) Hányféleképpen választhatja ki Bence a három kürtőskalácsot? (Egyféle ízből többet is vehet. Két kiválasztást különbözőnek tekintünk, ha legalább egy ízből különböző számú darabot választott a két esetben.)

a)	3 pont	
b)	7 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	14 pont	

II.

Az 5-9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

5. **a)** Egy számtani sorozat harmadik tagja 5, tizenharmadik tagja 22. Határozza meg a sorozat első 100 tagjának összegét!

b) Egy számtani sorozat első tagja 91, differenciája 2. Határozza meg azt az n pozitív egész számot, amelyre a sorozat első n tagjának összege n^3.

c) Egy mértani sorozat első tagja 1,6, hányadosa 2. Az első tagtól kezdve legalább hány tagot kell összeadni, hogy az összeg nagyobb legyen egymilliárdnál?

a)	4 pont	
b)	6 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

6. Az *ABCD* húrnégyszögben a *BD* átló hossza 20 cm, $ABD\sphericalangle = BCA\sphericalangle = 35°$, $DAC\sphericalangle = 48°$.

a) Igazolja, hogy $BDA\sphericalangle = 35°$ és $ACD\sphericalangle = 35°$.

b) Számítsa ki az *ABCD* húrnégyszög kerületét!

Az *EFG* háromszögről a következőket tudjuk: $EF = 110$ cm, $FG = 50$ cm, $EG = 104$ cm.

c) Számítsa ki, hogy a háromszög *F* csúcsából induló belső szögfelező mekkora részekre osztja az *EG* oldalt!

a)	3 pont	
b)	9 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

7. Anna és Balázs felváltva dobnak egy szabályos dobókockával. A játékot Anna kezdi. Az nyer, aki először dob hatost. (Az első hatosdobás után a játéknak vége van.)

a) Igazolja, hogy $\frac{5}{36}$ annak a valószínűsége, hogy Balázs az első dobásával megnyeri a játékot!

b) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy Anna az első három dobásának valamelyikével megnyeri a játékot!

c) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy Anna nyeri a játékot!

Egy kísérletben feldobnak két szabályos dobókockát. A kísérlet kimenetele a két dobott érték közül a nem nagyobb.

d) Határozza meg a kísérlet kimenetelének várható értékét!

a)	3 pont	
b)	4 pont	
c)	5 pont	
d)	4 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

8. **a)** Adja meg az összes olyan állítás betűjelét, amely a következő állítás tagadása!
„Minden virág illatos.”

A) Van olyan virág, amelyik illatos.
B) Van olyan virág, amelyik nem illatos.
C) Semelyik virág nem illatos.
D) Nem minden virág illatos.

Egy piros, egy fehér és egy zöld színű vázába 6 különböző virágot teszünk.

b) Hányféle lehetőségünk van a virágok elhelyezésére, ha minden vázába legalább egy virág kerül? (Két elrendezés különböző, ha van olyan váza, amelyikben nem pontosan ugyanazok a virágok szerepelnek a két elrendezésben.)

Egy 2 liter űrtartalmú, felül nyitott, forgáshenger alakú vázát készítünk.

c) Hány centiméter magas legyen a váza, ha azt szeretnénk, hogy a belső felszíne minimális legyen?

a)	2 pont	
b)	6 pont	
c)	8 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

9. Az ABC egyenlőszárú háromszög alapjának egyik végpontja $B(0; 4)$, a szárak metszéspontja $A(3; 0)$. A háromszög alapjának másik végpontja az $x + 2y = 8$ egyenletű e egyenesre illeszkedik.

a) Határozza meg a háromszög C csúcsának koordinátáit!

Adott az $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{9}{2}x - 4$ egyenletű parabola és az $y = -\frac{1}{2}x + \frac{13}{2}$ egyenletű f egyenes.

b) Határozza meg a parabola és az f egyenes által határolt korlátos síkidom területét!

a)	8 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	16 pont	

	a feladat sorszáma	pontszám			
		maximális	elért	maximális	elért
I. rész	1.	13		**51**	
	2.	11			
	3.	13			
	4.	14			
II. rész		16		**64**	
		16			
		16			
		16			
		← nem választott feladat			
Az írásbeli vizsgarész pontszáma				**115**	

______________________ dátum

______________________ javító tanár

---

	pontszáma **egész számra** kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

______________________ dátum

______________________ dátum

______________________ javító tanár

______________________ jegyző