

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2005. május 10.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ
ÉRETTSÉGI VIZSGA

Az írásbeli vizsga időtartama: 180 perc

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI
ÚTMUTATÓ

OKTATÁSI MINISZTERIUM

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

- A dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal** kell javítani, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölni a hibákat, hiányokat stb.
- A feladatok mellett található téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerül.
- Kifogástalan megoldás** esetén elég a maximális pontszám beírása a megfelelő téglalapokba.
- Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra.

Tartalmi kérések:

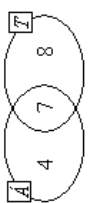
- Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadjuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
- A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
- Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél **kevésbé részletezett**.
- Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
- Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel mint kiinduló adattal helyesen számol tovább a következő gondolati egységben vagy részkérdésben, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot.
- Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **mértékegység**, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.
- Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **csak egy** (a magasabb pontszámú) **értékelhető**.
- A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrésze előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
- Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használt fel.
- A vizsgafeladatsor II./B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető.** A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltétlenül – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha mégsem derül ki egyértelműen, hogy a vizsgázó melyik feladatot értékelését nem kéri, akkor automatikusan a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladat lesz az, amelyet nem kell értékelni.

d)			
A kedvező esetek száma: 14.	1 pont		<i>Ha a b) feladatban rosszul tölti ki az ábrát, de ahhoz képest itt következetesen dolgozik, akkor is jár az 1-1 pont.</i>
Az összes esetek száma: 23.	1 pont		<i>Bármelyik forma és szabályszerűen kerekített érték is elfogadható.</i>
A keresett valószínűség: $\frac{14}{23}$ vagy $\approx 0,61$ vagy 61%.	2 pont		
	Összesen:	4 pont	

2. megoldás

Összesen 1764 Ft-juk volt.	1 pont
Anna a maradék $\frac{924}{1764}$ -ed részét kapja meg,	1 pont
azaz $714 \cdot \frac{924}{1764} =$	1 pont
$= 374$ Ft-ot.	1 pont
Zsuzsi a maradék $\frac{840}{1764}$ -ed részét kapja meg,	1 pont
azaz $714 \cdot \frac{840}{1764} =$	1 pont
$= 340$ Ft-ot.	1 pont
Összesen:	7 pont

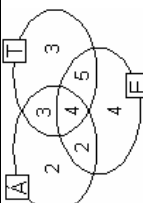
18.

a)		
1. megoldás		2 pont
Legalább az egyikük által észrevett eltérések száma: $4 + 7 + 8 = 19$.		1 pont
Egyikük sem vett észre $23 - 19 = 4$ eltérést.		1 pont
Összesen:		4 pont

2. megoldás

Halmazára nélkül is felírható a megtalált eltérések száma: $11 + 15 - 7 =$	2 pont
Ezért legalább az egyikük által észrevett eltérések száma: 19.	1 pont
Egyik sem vett észre: $23 - 19 = 4$ eltérést.	1 pont
Összesen:	4 pont

b)

	7 pont
Összesen:	7 pont

c)

Van olyan eltérés, amit Enikő nem talált meg.	
VAGY: Enikő nem minden eltérést talált meg.	
VAGY: Enikő nem találta meg az összes eltérést.	2 pont
Összesen:	2 pont

I.

1.	$F\left(-\frac{3}{2}; 1\right)$.	2 pont
Összesen:		2 pont

Ha csak az egyik koordináta jó, akkor 1 pont jár.

2.

B.		2 pont
Összesen:		2 pont

3.

$[2; 6]$ vagy $2 \leq y \leq 6$	3 pont
Összesen:	3 pont

Ha az intervallum kezdő- vagy végpontja hibás, akkor 1 ponttal kevesebb jár. Ha részben vagy teljesen nyílt intervallum szerepel, akkor is 1 ponttal kevesebb jár.

4.

A: hamis.	1 pont
B: igaz.	1 pont
C: hamis.	1 pont
Összesen:	3 pont

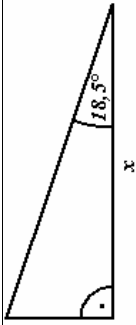
5.

$(x+3)^2 + (y-5)^2 = 16$. Vagy: $x^2 + y^2 + 6x - 10y + 18 = 0$.	2 pont
Összesen:	2 pont

6.

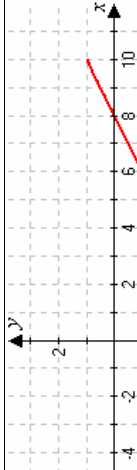
$\frac{21}{150}$ vagy 14% vagy 0,14.	2 pont
Összesen:	2 pont

A végeredmény bármilyen alakban elfogadható.

7.		1 pont	<i>Az adatok feltüntetése esetén jár az 1 pont.</i>
	$\operatorname{tg} 18,5^\circ = \frac{3}{x}$.	1 pont	
	A másik befogó $x \approx 8,966 \approx 9$ (cm).	1 pont	<i>Kerekítés nélkül is elfogadható.</i>
	Összesen:	3 pont	

8.		2 pont	
	$a_5 = \frac{1}{2}$.		
	Összesen:	2 pont	

9.		2 pont	<i>Ha csak egy jó rajz van, akkor 1 pont jár.</i>
	Az élek száma összesen 4.		
	Összesen:	2 pont	

10.		2 pont	<i>Ha a grafikon jó, de nincs a megadott intervallumra leszűkítve, akkor 1 pont jár.</i>
	Összesen:	2 pont	

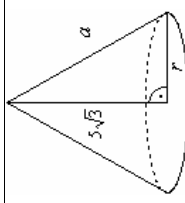
2. megoldás			
A köríkk sugara: a .		1 pont	
Az ívhossz: $a\pi$.		2 pont	
A teljes kerület: $2a\pi$.		1 pont	
Az ívhossz ennek a fele, tehát egy félkörív;		1 pont	
így $\alpha = 180^\circ$.		1 pont	
Összesen:		6 pont	

17.			
a)			<i>Ez az 1 pont akkor is jár, ha a felírás helyett a helyes szöveges választásból derül ki, hogy mit jelölt az ismeretlennel.</i>
Jelentse x a magazin árát.		1 pont	
Amának $0,88x$ forintja van.		1 pont	
Zsuzsinak $\frac{4}{5}x$ forintja van.		1 pont	
Az egyenlet: $0,88x + \frac{4}{5}x - x = 714$.		2 pont	<i>Az egyenlet felírásáért összesen 4 pont jár.</i>
$x = 1050$.		1 pont	
$0,88x = 924$ és $\frac{4}{5}x = 840$.		1 pont	
A magazin 1050 Ft-ba került. Amának eredetileg 924 Ft-ja, Zsuzsinak 840 Ft-ja volt.		1 pont	
Ellenőrzés.		1 pont	
Összesen:		10 pont	

b)			
1. megoldás			<i>Ez az 1 pont akkor is jár, ha a felírás helyett a helyes szöveges választásból derül ki, hogy mit jelölt az ismeretlennel.</i>
A maradékból Amának a , Zsuzsinak $714 - a$ Ft jut.		1 pont	
$924 = \frac{a}{840} \cdot \frac{a}{714 - a}$ vagy $\frac{0,88}{0,8} = \frac{a}{714 - a}$.		2 pont	<i>Bármelyik egyenlet elfogadható.</i>
Ebből: $a = 374$;		1 pont	
$714 - a = 340$.		1 pont	
Tehát Amának 374 Ft-ja, Zsuzsinak 340 Ft-ja marad a vásárlás után.		1 pont	
Ellenőrzés.		1 pont	
Összesen:		7 pont	

II./B

A 16.–18. feladatok közül a tanuló által megjelölt feladatot nem kell értékelni.

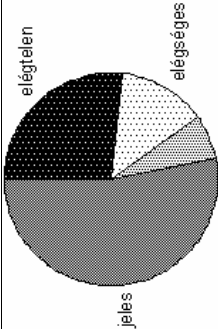
16.		
a)	 $a = 2r$.	2 pont*
<i>A tengelyre illeszkedő síkmetszet egy szabályos háromszög.</i>		
Pitagorasz-tétel alkalmazásával: $a^2 = r^2 + (5\sqrt{3})^2$.		1 pont*
$4r^2 = r^2 + (5\sqrt{3})^2$.		2 pont*
$r = 5$ cm.		1 pont*
$a = 10$ cm.		1 pont*
$A = r^2\pi + r \cdot \pi \cdot a$.		
$A = 25\pi + 50\pi$.		1 pont
$A = 75\pi$.		
Vagy $A \approx 235,6$ cm ² .		1 pont
Összesen:		9 pont
<i>Közelítő értékekkel való számolás is teljes pontot ér.</i>		
* Ha ezek a részek csak a b) vagy a c) kérdés megoldásánál szerepelnek, a megfelelő pont akkor is jár.		
b)		
$V = \frac{r^2 \pi \cdot m}{3}$.		
$V = \frac{25\pi \cdot 5\sqrt{3}}{3}$.		1 pont
$V \approx 226,7$ cm ³ .		1 pont
Összesen:		2 pont
<i>Közelítő értékekkel való számolás is teljes pontot ér.</i>		
c)		
1. megoldás		
A köríck sugara: a .		1 pont
Az ívhossz: $a\pi$.		2 pont
$\frac{a}{360^\circ} = \frac{a\pi}{2a\pi}$.		2 pont
A kértett középponti szög: $\alpha = 180^\circ$.		1 pont
Összesen:		6 pont
<i>Közelítő értékekkel való számolás is teljes pontot ér.</i>		

11.		
a)	$\binom{22}{5} = 26\,334$.	2 pont
<i>A binomiális együttható kiszámítása nélkül is jár a 2 pont.</i>		
Összesen: 2 pont		
b)	$5! = 120$.	2 pont
<i>A faktoriális kiszámítása nélkül is jár a 2 pont.</i>		
Összesen: 2 pont		
12.		
	$V = \frac{4r^3 \pi}{3}$.	
	$V = \frac{4 \cdot 13^3 \pi}{3}$.	1 pont
	$V \approx 9202,8$ (cm ³).	1 pont
	A labdában $\approx 9,2$ liter levegő van.	1 pont
<i>1 pont az átváltásért jár.</i>		
Összesen: 3 pont		

II./A

13.	$\cos^2 x + 4 \cos x = 3(1 - \cos^2 x)$.	2 pont
<i>Ha csak $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ összefüggést írja fel, akkor 1 pont.</i>		
Rendezve:	$4 \cos^2 x + 4 \cos x - 3 = 0$.	1 pont
Ennek gyökei:	$\cos x = \frac{1}{2}$ vagy	1 pont
	$\cos x = -\frac{3}{2}$.	1 pont
Ha $\cos x = \frac{1}{2}$, akkor $x_1 = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$,	$x_2 = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$,	3 pont
vagy		
<i>Ha a periódus valahol hiányzik, legfeljebb 2 pont. Elfogadható a fokokban megadott megoldás is. Ha keveri a fokot és a radiánt, legfeljebb 1 pontot kaphat.</i>		
ahol $k \in \mathbb{Z}$.		1 pont
Ha $\cos x = -\frac{3}{2}$, akkor nincs megoldás, hiszen $\cos x \geq -1$ minden x esetén.		2 pont
<i>Indoklás nélkül 1 pont.</i>		
Az egyenlet megoldása közben ekvivalens átalakításokat végeztünk, így mindkét gyöksorozat megoldása az eredeti egyenletnek.		1 pont
<i>Ha a megoldásban nem ír periódust, de a kapott két gyököt visszahelyettesíti,</i>		

Összesen: 12 pont		akkor is adjuk meg az ellenőrzésért járó 1 pontot.
14.		
a)		
$a_2 = 17$ és $a_3 = 21$. $d = 4$.	1 pont	A differencia meghatározásáért jár az 1 pont.
$a_1 = 13$.	1 pont	
$a_{150} = 609$.	1 pont	Az a_{150} értékét akkor is elfogadjuk, ha csak az összegképletet tartalmazza.
$S_{150} = \frac{13+609}{2} \cdot 150$.	1 pont	
$S_{150} = 46\,650$.	1 pont	
Összesen: 5 pont		
b)		
Alkalmazzuk a hárommal való oszthatósági szabályt.	1 pont	Ha az oszthatósági szabályt nem írja le, csak alkalmazza, akkor is jár a 2 pont.
25 863 számjegyeinek az összege 24, így osztható hárommal.	1 pont	
Tetszőleges sorrend esetén az összeg nem változik, tehát az állítás igaz.	1 pont	
Összesen: 3 pont		
c)		
Alkalmazzuk a néggyel való oszthatósági szabályt.	1 pont	Ha az oszthatósági szabályt nem írja le, de láthatóan jól alkalmazza, akkor is jár az 1 pont.
Ebben az esetben ez akkor teljesül, ha az utolsó két számjegy: 28; 32; 36; 52; 56; 68.	2 pont	Ha a hat végződésből négyet vagy ötöt sorol fel, akkor 2 pont helyett 1 pont jár, ha kevesebbet, akkor nulla.
A tízes helyiértéken tehát 2; 3; 5 vagy 6 állhat.	1 pont	Ez a pont akkor jár, ha az összes megoldást megadta.
Összesen: 4 pont		
Ha a hat végződésből semmit sem sorol fel, de az oszthatósági szabály szerepel és jó a megoldás, akkor 4 pont jár. Ha nem ír oszthatósági szabályt, de jó a hat végződés felsorolása és a végeredmény is, akkor 4 pont jár.		

15.									
a)									
Számítási átlag:				2 pont					
$3 \cdot 100 + 2 \cdot 95 + 91 + 2 \cdot 80 + 65 + 2 \cdot 31 + 2 \cdot 17 + 8 + 5 =$									
15									
= 61.				1 pont					
Módusz: 100.				1 pont					
Medián: 80.				1 pont					
Összesen: 5 pont									
b)									
Osztályzat		jelas	jó	közepes	elégséges	elégtelen	2 pont		
A dolgozatok száma		8	1	0	2	4			
Összesen: 2 pont									
c)									
Jelas: 192° .						2 pont		A középponti szögek számításának leírása nem követelmény, a szögek felírása igen. Helyes keretítésből adódó eltérések elfogadhatók.	
Jó: 24° .						3 pont		Ha a kördiagramról nem derül ki, hogy melyik osztályzat melyik köríkhöz tartozik, akkor csak 1 pont jár.	
Elégséges: 48° .								Akkor fogadható el az ábra, ha a bejelölt határvonal a helyes megoldás tízes szomszédjait közé esik.	
Elégtelen: 96° .									
Összesen: 5 pont									