

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2007. május 8.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS
MINISZTERIUM

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

- 1. A dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől eltérő színű tollal kell javítani, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölni a hibákat, hiányokat stb.
- 2. A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott pontszám a mellette levő téglalapba kerül.
- 3. Kifogástalan megoldás esetén elég a maximális pontszám beírása a megfelelő téglalapokba.
- 4. Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes részpontszámokat is írja rá a dolgozatra.
- 5. Az ábrán kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti.

Tartalmi kérések:

- 1. Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól eltérő megoldás születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
- 2. A pontozási útmutató pontjait tovább bonthatók. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
- 3. Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél kevésbé részletezett.
- 4. Ha a megoldásban számolási hiba, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
- 5. Elvi hibát követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel, mint kiinduló adattal helyesen számol tovább a következő gondolati egységben vagy részkérdésben, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
- 6. Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy megjegyzés vagy mértékegység, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.
- 7. Egy feladatra adott többféle helyes megoldási próbálkozás közül a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető.
- 8. A megoldásokért jutalompont (az adott feladatra vagy feladatrésze előírt maximális pontszámot meghaladó pont) nem adható.
- 9. Az olyan részszerkesztéseket, részleépéseket nem jár pontlevonás, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
- 10. A vizsgafeladatsor II./B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben –feltehetőleg– megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha mégsem derül ki egyértelműen, hogy a vizsgázó melyik feladat értékelését nem kéri, akkor automatikusan a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladat lesz az, amelyet nem kell értékelni.

18. d)**

$S_{13} = \frac{a_1 + a_{13}}{2} \cdot 13 = \frac{56 + 104}{2} \cdot 13 = 1040$ szót jegyez meg a negyedév alatt.	3 pont*	A képlet, a behelyettesítés, a számolás I-I pontot ér.
Összesen: 3 pont		
* Ha a kérdésekre a tanult szavak számának táblázat szerű felsorolásával, és ezek összeadásával helyesen válaszol, teljes pontszámot kap.		

18. e)

70 szóból választok ki kettőt, amit $\binom{70}{2}$ -féleképpen lehet.	2 pont	
Az 56 megtanultból választom ki a kettőt	2 pont	
$\frac{\binom{56}{2}}{\binom{70}{2}} \approx 0,638$ a valószínűsége, hogy mindkettőt tudom.	2 pont	A hányados felírásával, a tizedes tört kiszámításával is 2 pont.
Összesen: 6 pont		

** Megjegyzés: Ha a vizsgázó a feladatot úgy értelmezi, hogy a második héttől kezdődően a hének hat napján tanul új szavakat, akkor is a fentieknek megfelelően kell pontozni.
Ez a gondolkodás a
b) kérdésre nem kap egész számokból álló sorozatot, de a tagok egészre kerekített értéke szigorúan monoton növekvő sorozat, a
c) kérdésre a megoldása: A második héten 99 szót tanult, a tizenharmadik héten $99 + 11 \cdot 6 = 165$ szót. Tehát $165 \cdot 0,8 = 132$ új szót jegyez meg, a
d) kérdésre megoldása: $\left(70 + \frac{99 + 165}{2} \cdot 12\right) \cdot 0,8 \approx 1323$ új szót jegyez meg.

17. b)		
A „sátor” egy lapja egyenlő szárú háromszög a , b , b oldalakkal. Az alaphoz tartozó magassága: $m_o = \sqrt{14,5^2 - 5^2} \approx 13,61$ m	2 pont	
Az együttes terület $4 \cdot \frac{a \cdot m_o}{2}$, a behelyettesítés után ≈ 272 m ² .	2 pont	<i>Ha nem kerekít m²-re, 1 pont jár.</i>
Összesen:	4 pont	

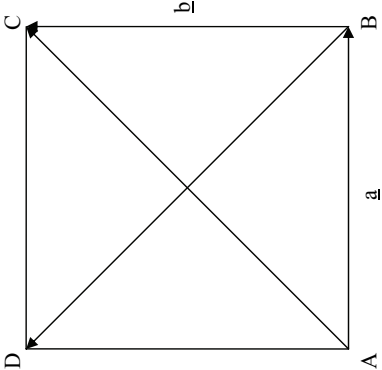
17. c)		
Az a oldalú négyzet átlójának hossza: $a\sqrt{2} = 10\sqrt{2} \approx 14,1$ (m)	2 pont	
Felvehető az AOE derékszögű háromszög, ahol AO az átló fele: $5\sqrt{2}$	2 pont	
A Pitagorasz-tétel ebben a derékszögű háromszögben: $OE^2 = 14,5^2 - (5\sqrt{2})^2 \approx 160,25$ (m ²) $OE \approx 12,66$ m	3 pont	
	1 pont	
Az antenna magassága: $1,5 \cdot OE \approx 18,99$ m, közelítőleg 190 dm.	2 pont	<i>Ha a választ nem dm-ben adja meg, vagy rosszul kerekít, akkor 1 pontot kaphat.</i>
Összesen:	10 pont	

18. a)		
$8 + 11 + 14 + 17 + 20 = 70$ szót tanulok az első héten,	1 pont	
$70 \cdot 0,8 = 56$ új szót tudok egy hét elteltével.	1 pont	
Összesen:	2 pont	

18. b) **		
		<i>A pontszám bontható. A sorozat megnevezése 1 pont, a jellemzők a későbbiekből kiderülhetnek.</i>
Számtani sorozatot kapunk, $a_1 = 56$, $d = 4$, $n = 13$.	3 pont	
Összesen:	3 pont	

18. c) **		
$a_{13} = a_1 + (n - 1) \cdot d = 56 + 12 \cdot 4 = 104$ új szót jegyzek meg a 13. héten.	3 pont*	
Összesen:	3 pont	

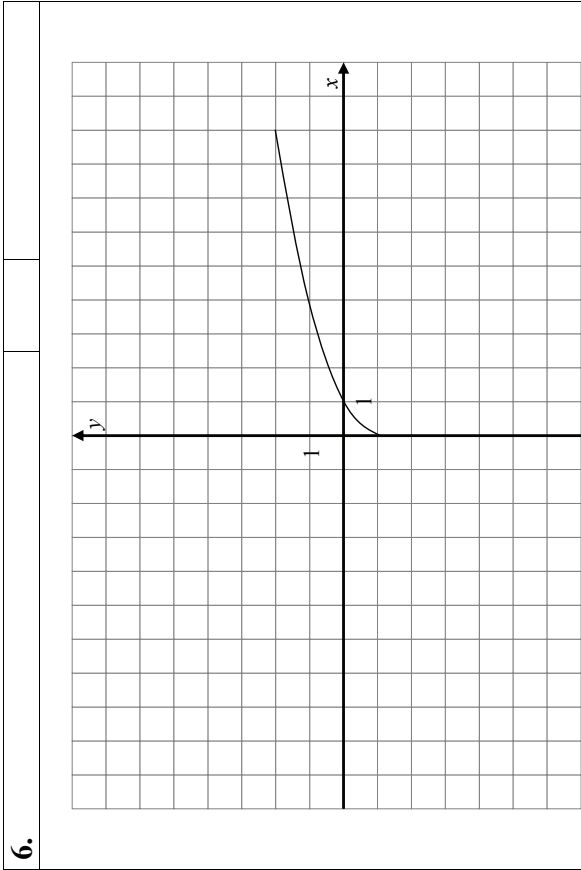
I.		
1.		
$\frac{223650}{210000} = 1,065$	1 pont	
Az éves kamat: 6,5%-os	1 pont	
Összesen:	2 pont	

2.		
		
$\overrightarrow{AC} = \underline{a} + \underline{b}$	1 pont	
$\overrightarrow{BD} = \underline{b} - \underline{a}$	1 pont	
Összesen:	2 pont	

3.		
A megoldóképletből a gyökök: $x_1 = 7$ és $x_2 = -5$.	2 pont	
Ellenőrzés	1 pont	
Összesen:	3 pont	

4.		
Egy óra $\leftrightarrow 30^\circ$, így a mutatók szöge: 150° .	2 pont	
Összesen:	2 pont	

5.	
a) Igaz.	1 pont
b) Nem eldönthető.	1 pont
Összesen: 2 pont	



Ábrázolás.	2 pont	Bármilyen módon kapott helyes grafikon 2 pont. Ha megállapítja, hogy a függvény $x \geq 0$ -ra értelmezett, de nem ábrázolja: 1 pont.
		1 pont
	Összesen: 3 pont	

7.		
60°	1 pont	<i>Ha más szögeket is felír (helyesen használva a periódusokat), akkor csak 1 pont adható.</i>
240°	1 pont	
Összesen:		2 pont

$\begin{cases} -2x + 9 = y \\ 4x - 3y = -17 \end{cases}$	megoldása: $x = 1; \quad y = 7$ $B(1; 7)$	2 pont
Összesen: 4 pont		

16. d)			Az átfogóval is számolható.
$PA = \sqrt{20}$; $PB = \sqrt{5}$		2 pont	
A háromszög területe: $\frac{\sqrt{20} \cdot \sqrt{5}}{2} = 5$ területegység.		2 pont	
Összesen:		4 pont	

Az átfogóval is számolható.

16. e)	
A derékszögű háromszög átfogójának felezéspontja a kör középpontja.	1 pont
koordinátái $(-0,5; 5)$	2 pont
	Összesen: 3 pont

17. a)	
Az antenna túlhyúlik: 1 pont, a gúla látszik: 1 pont, az antenna az átlók metszéspontjából indul: 1 pont. (Az első és az utolsó megjegyzés a számításból is kiderülhet, akkor is jár a pont.)	
$a = 10 \text{ m}$ $b = 14,5 \text{ m}$ Az ábra felvétele.	3 pont
Összesen: 3 pont	

II/B

16. a)

Ábrázolás.

$y = \frac{1}{2}x + 4$

1 pont

$y = -2x + 9$

1 pont

Összesen: 2 pont

16. b)

A P pont rajta van az egyenesen:
 $5 = \frac{1}{2} \cdot 2 + 4$

1 pont

a merőleges meredeksége: -2

1 pont

$y = -2x + 9$

2 pont

Összesen: 4 pont

Ábrából törőenő leolvadásra maximum 3 pont adható.

16. c)

$\frac{1}{2}x + 4 = y$
 $4x - 3y = -17$

megoldása:

$x = -2;$
 $y = 3$

$A(-2; 3)$

2 pont

8.

Az ábrázolás.

1 pont

A csúcsok száma: 8.

1 pont

Az élek száma: 7.

1 pont

Összesen: 3 pont

9.

$z = 4^{-0,5} = \frac{1}{\sqrt{4}} = 0,5$

2 pont

Csak közbülső alak felírása
1 pont; a jó végeredmény
közlése részletezés nélkül is
2 pont.

1 pont

Számegyenesen ábrázolás.

1 pont

Összesen: 3 pont

10.

Összes eset: 6 db.

1 pont

Kedvező esetek: 2 db (3; 6).

1 pont

A valószínűség $2/6 = 1/3$.

1 pont

Összesen: 3 pont

11.

A módusz: 24° .

1 pont

A medián: 23° .

1 pont

Összesen: 2 pont

12.

$V = r^2 \cdot \pi \cdot m = 11^2 \cdot \pi \cdot 25 \text{ cm}^3 = 9,5 \text{ liter}$

3 pont

Képlet, behelyettesítés,
átváltás: 1-1 pont.

3 pont

II/A

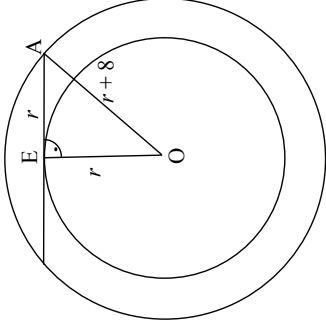
13. a)	
Az értelmezési tartomány: $x \neq 2$, vagy behelyettesítéssel ellenőriz.	1 pont
$7 = -7 + 3,5x$	1 pont
$x = 4$, ami egész szám.	1 pont
Összesen:	3 pont
13. b)	
A tört akkor pozitív, ha $2 - x > 0$,	1 pont
amiből $x < 2$, és x egész szám.	2 pont
Összesen:	3 pont

Ha $(2 - x)$ -szel előjelvizsgálat nélkül bővít: 0 pont.

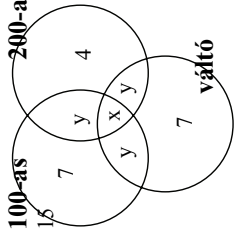
13. c)	
A nevező 7 osztója kell legyen,	2 pont
tehát $2 - x = 1$ vagy 7	1 pont
ill. $2 - x = -1$ vagy -7 ,	1 pont
ahonnan x -re adódik: -5 ; 9 ; 1 ; 3 .	2 pont
Összesen:	6 pont

Akkor is jár, ha csak a megoldás leírásából derül ki.

Ha csak a pozitív értékekkel számol, maximum 4 pontot kaphat.

14. a)	
	
Az ábra felvétele. (A húr merőleges az érintési ponthoz húzott sugárra, amely a Pitagorasz tételéből is kiderülhet.)	2 pont
Összesen:	2 pont

14. b)	
A körök sugarai: r és $R = r + 8$	1 pont
Az OAE derékszögű háromszög befogói r és r , az átfogója R .	1 pont
Pitagorász tételét felírva az OAE derékszögű háromszögben: $(r + 8)^2 = 2r^2$.	2 pont
$r^2 - 16r - 64 = 0$	2 pont
A megoldóképletbe helyettesítéssel:	1 pont
A negatív gyök, $8(1 - \sqrt{2})$ nem ad megoldást,	1 pont
így $r = 8(1 + \sqrt{2}) \approx 19,3$ cm, és	1 pont
$R = r + 8 = 8(2 + \sqrt{2}) \approx 27,3$ cm hosszúak a körök sugarai.	1 pont
Összesen:	10 pont

15. a)	
	
Halmazábra.	2 pont
Összesen:	2 pont

Az ismeretlenek beírása nélkül is jár a 2 pont.

15. b)	
Legyen x futó a három halmaz metszetében és $x + y$ bármely két futószámban.	2 pont
Felírható: $x + 2y = 8$ (a 100-as futókra),	2 pont
$4 + y + 7 = 14$ (a 100-ason kívüliekre).	2 pont
Utóbiből: $y = 3$, az előzőből $x = 2$,	3 pont
így 5 futó van a halmazpárokból (közös tagok száma).	1 pont
Összesen:	10 pont