Név: .... osztály:......

ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2010. október 19.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2010. október 19. 8:00

I.

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

NEMZETI ERŐFORRÁS MINISZTÉRIUM

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.

2. A megoldások sorrendje tetszőleges.

3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármelyik négyjegyű függvénytáblázatot használhatja, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!

4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja,** a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!

5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

6. Minden feladatnál csak egy megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!

7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon**!

1. Adott az A és B halmaz: $A = \{a;\ b;\ c;\ d\}$, $B = \{a;\ b;\ d;\ e;\ f\}$.
Adja meg elemeik felsorolásával az $A \cap B$ és $A \cup B$ halmazokat!

$A \cap B = \{ \qquad\qquad\qquad \}$	1 pont	
$A \cup B = \{ \qquad\qquad\qquad \}$	1 pont	

2. Egy baráti társaság minden tagja írt egy-egy SMS üzenetet a társaság minden további tagjának. Így mindenki 11 üzenetet írt. Hány SMS-t írtak egymásnak összesen a társaság tagjai?

SMS-t írtak összesen.	2 pont	

3. Három egyenes egyenlete a következő (a és b valós számokat jelölnek):

e: $y = -2x + 3$

f: $y = ax - 1$

g: $y = bx - 4$

Milyen számot írjunk az a helyére, hogy az e és f egyenesek párhuzamosak legyenek?
Melyik számot jelöli b, ha a g egyenes merőleges az e egyenesre?

$a =$	1 pont	
$b =$	2 pont	

4. Mely valós számokra értelmezhető a $\sqrt{\dfrac{1}{2x+7}}$ kifejezés?

A kifejezés esetén értelmezhető.	2 pont	

5. Milyen valós számokat jelöl az *a,* ha tudjuk, hogy a valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto a^x$ függvény szigorúan monoton növekvő?

	2 pont	

6. Válassza ki az *A* halmaz elemei közül azokat a számokat, amelyek megoldásai a $\sqrt{x^2} = -x$ egyenletnek! $A = \{-1; 0; 1; 2; 3\}$

Az egyenlet megoldásai az *A* halmaz elemei közül:	2 pont	

7. Tekintsük azt a derékszögű háromszöget, amelyben az átfogó hossza 1, az α hegyesszög melletti befogó hossza pedig sin α.
Mekkora az α szög? Válaszát indokolja!

	2 pont	
α =	1 pont	

8. Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz és melyik hamis!

I. Minden prímszám páratlan.
II. Létezik páratlan prímszám.
III. Minden egész szám racionális szám.
IV. Van olyan irracionális szám, amelyik felírható két egész szám hányadosaként.

I.:	1 pont	
II.:	1 pont	
III.:	1 pont	
IV.:	1 pont	

9. A b, c és d pozitív számokat jelölnek. Tudjuk, hogy $\lg b = \dfrac{\lg c - \lg d}{3}$.

Fejezze ki az egyenlőségből b-t úgy, hogy abban c és d logaritmusa ne szerepeljen!

$b =$	2 pont	

10. Adja meg képlettel egy olyan, a valós számok halmazán értelmezett függvény hozzárendelési utasítását, amelynek (abszolút) maximuma van! A megadott függvénynek állapítsa meg a maximumhelyét is!

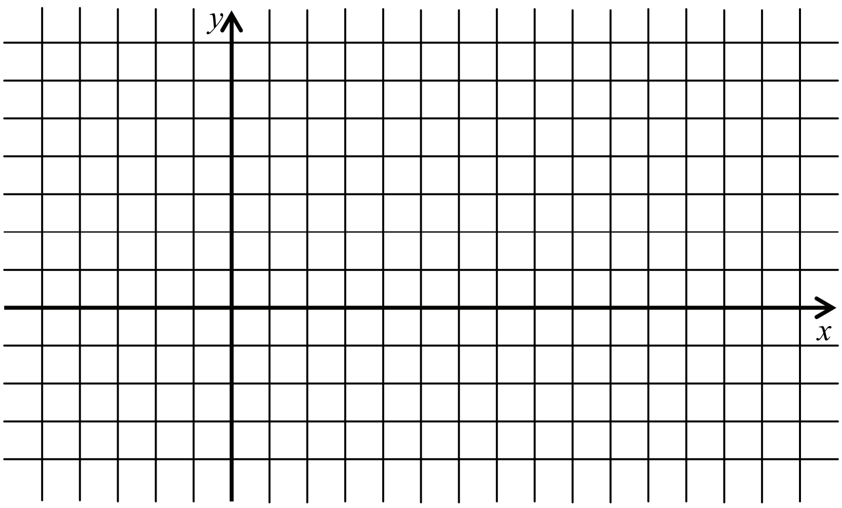
$x \mapsto$	2 pont	
A maximumhely:	1 pont	

11. A diákönkormányzat újonnan választott négytagú vezetősége: Kata, Mari, Réka és Bence. Közülük Kata három, Réka és Bence pedig két-két vezetőségi tagot ismert korábbról. Mari a négyes csoportnak csak egy tagját ismerte. (Az ismeretségek kölcsönösek.)
Rajzolja fel a négytagú vezetőség választás előtti ismeretségi gráfját!

Az ismeretségi gráf:

2 pont

12. Egy kör az (1; 0) és (7; 0) pontokban metszi az x tengelyt. Tudjuk, hogy a kör középpontja az $y = x$ egyenletű egyenesre illeszkedik. Írja fel a kör középpontjának koordinátáit! Válaszát indokolja!



2 pont

A középpont koordinátái:

1 pont

		maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	2	
	3. feladat	3	
	4. feladat	2	
	5. feladat	2	
	6. feladat	2	
	7. feladat	3	
	8. feladat	4	
	9. feladat	2	
	10. feladat	3	
	11. feladat	2	
	12. feladat	3	
	ÖSSZESEN	**30**	

dátum javító tanár

	pontszáma **egész számra** kerekítve	programba beírt **egész** pontszám
I. rész		

javító tanár jegyző

dátum dátum

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

Név: .... osztály:......

ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2010. október 19.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2010. október 19. 8:00

II.

Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

NEMZETI ERŐFORRÁS MINISZTÉRIUM

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.

2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.

3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 18. feladatra nem kap pontot.

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!

5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**

6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**

7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell*.

8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!

9. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!

11. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon**!

A

13. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenségeket!

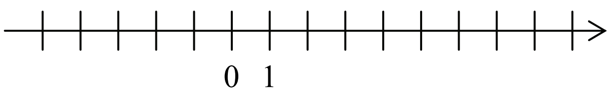
a) $x-\dfrac{x-1}{2}>\dfrac{x-3}{4}-\dfrac{x-2}{3}$

b) $-3x^2-1\le -4$

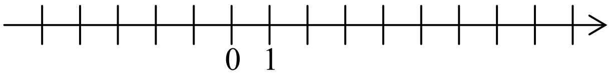
Mindkét esetben ábrázolja a megoldáshalmazt számegyenesen!

a)	5 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	12 pont	

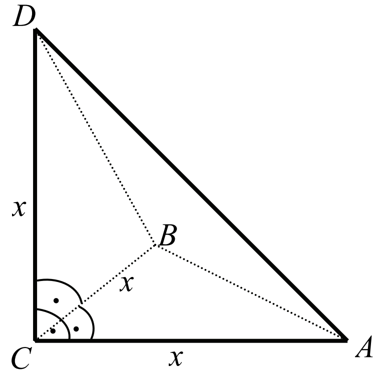
a)



b)



14. Az iskolatejet gúla alakú, impregnált papírból készült dobozba csomagolják. (Lásd az alábbi ábrát, ahol $CA = CB = CD$.)



A dobozba 2,88 dl tej fér.

a) Számítsa ki a gúla éleinek hosszát! Válaszát egész cm-ben adja meg!

b) Mekkora a papírdoboz felszíne? Válaszát cm^2-ben, egészre kerekítve adja meg!

a)	8 pont	
b)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

15. Egy kockajátékban egy **menet** abból áll, hogy szabályos dobókockával **kétszer dobunk** egymás után. Egy dobás 1 pontot ér, ha négyest, vagy ötöst dobunk, egyébként a dobásért nem jár pont. A **menetet** úgy pontozzák, hogy a két dobásért járó pontszámot összeadják.

a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy egy **menetben** 1 pontot szerzünk, és azt az első dobásért kapjuk?

b) Minek nagyobb a valószínűsége,
- annak, hogy egy **menetben** szerzünk pontot, vagy
- annak, hogy egy **menetben** nem szerzünk pontot?

a)	5 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16.

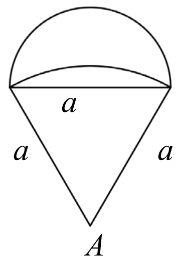
a) Egy számtani sorozat első tagja –7, a nyolcadik tagja 14. Adja meg n lehetséges értékeit, ha a sorozat első n tagjának összege legfeljebb 660.

b) Egy mértani sorozat első tagja ugyancsak –7, a negyedik tagja –189. Mekkora az n, ha az első n tag összege –68 887?

a)	9 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Az ábrán egy ejtőernyős klub kitűzője látható. (Az egyik körív középpontja a szabályos háromszög A csúcsa, a másik körív középpontja az A csúccsal szemközti oldal felezőpontja.)
Ezt a lapot fogják tartományonként színesre festeni.



a) Számítsa ki egyenként mindhárom tartomány területét, ha $a = 2{,}5\ \text{cm}$! Számításait legalább két tizedesjegy pontossággal végezze, és az így kapott eredményt egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

b) Hányféle módon festhető színesre a kitűző, ha minden tartományt a piros, sárga, zöld és kék színek valamelyikére festenek a következő két feltétel együttes figyelembe vételével:
(1) szomszédos tartományok nem lehetnek azonos színűek;
(2) piros és sárga színű tartomány nem lehet egymás mellett.
(Szomszédos tartományoknak van közös határvonala.)

a)	6 pont	
b)	11 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Megkérdeztek 25 családot arról, hogy hány forintot költöttek az elmúlt hónapban friss gyümölcsre. A felmérés eredményét mutatja az alábbi táblázat:

3500	4500	5600	4000	6800
4000	3400	5600	6200	4500
500	5400	2500	2100	1500
9000	1200	3800	2800	4500
4000	3000	5000	3000	5000

(Az adatokat tekintsük pontos értékeknek!)

a) Hány forintot költöttek átlagosan ezek a családok friss gyümölcs vásárlására az elmúlt hónapban?

b) Ossza 1000 Ft terjedelmű osztályokba a fenti értékeket, kezdve a 0-1000 Ft, 1001-2000 Ft stb. osztályokkal, és ábrázolja ezeknek az osztályoknak a gyakoriságát oszlopdiagramon!

c) Az 500 Ft és a 9000 Ft kiugró értékek.
Mennyi a megmaradt adatok átlaga, ha ezeket a kiugró értékeket elhagyjuk az adatok közül?
Hány százalékos változást jelent ez az eredeti átlaghoz képest, és milyen irányú ez a változás?
Mennyi az így keletkezett új adatsor terjedelme?
(Az átlagot forintra, a százaléklábat két tizedesjegyre kerekítve adja meg!)

d) Az eredeti mintát a vizsgálatot végző cég két új család megfelelő adatával bővítette. Az egyik az eredeti átlagnál 1000 Ft-tal többet, a másik ugyanennyivel kevesebbet költött havonta friss gyümölcsre.
Mutassa meg **s**zámítással, hogy így az átlag nem változott!

a)	3 pont	
b)	5 pont	
c)	6 pont	
d)	3 pont	
Ö.:	17 pont	

b)

Havi költség Ft-ban	Családok száma
1-1000	
1001-2000	
2001-3000	
3001-4000	
4001-5000	
5001-6000	
6001-7000	
7001-8000	
8001-9000	

	a feladat sorszáma	maximális pontszám	elért pontszám	összesen
II. A rész	13.	12		
	14.	12		
	15.	12		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
	ÖSSZESEN	**70**		

	maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	**100**	

dátum javító tanár

	elért pontszám **egész számra** kerekítve	programba beírt **egész** pontszám
I. rész		
II. rész		

javító tanár jegyző

dátum dátum