Név: .... osztály:......

ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2012. május 8.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2012. május 8. 8:00

I.

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

NEMZETI ERŐFORRÁS MINISZTÉRIUM

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.

2. A megoldások sorrendje tetszőleges.

3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármelyik négyjegyű függvénytáblázatot használhatja, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!

4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja,** a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!

5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

6. Minden feladatnál csak egy megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!

7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon**!

1. Egy mértani sorozat első tagja 3, hányadosa (-2).
Adja meg a sorozat első hat tagjának összegét!

A sorozat első hat tagjának összege:	2 pont	

2. Írja fel annak az *e* egyenesnek az egyenletét, amelyik párhuzamos a $2x - y = 5$ egyenletű *f* egyenessel és áthalad a $P(3; -2)$ ponton! Válaszát indokolja!

	2 pont	
Az *e* egyenes egyenlete:	1 pont	

3. Adott a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = (x+2)^2 + 4$ függvény.
Adja meg az *f* függvény minimumának helyét és értékét!

A minimum helye:	1 pont	
A minimum értéke:	1 pont	

4. Döntse el, melyik állítás igaz, melyik hamis!

A) Hét tanulóból négyet ugyanannyiféleképpen lehet kiválasztani, mint hármat, ha a kiválasztás sorrendjétől mindkét esetben eltekintünk.

B) Van olyan x valós szám, amelyre igaz, hogy $\sqrt{x^2} = -x$.

A)	1 pont	
B)	1 pont	

5. András 140 000 forintos fizetését megemelték 12%-kal. Mennyi lett András fizetése az emelés után?

András fizetése az emelés után Ft lett.	2 pont	

6. Határozza meg a radiánban megadott $\alpha = \frac{\pi}{4}$ szög nagyságát fokban!

$\alpha =$ $^\circ$	2 pont	

7. Adja meg az $(x+2)^2 + y^2 = 9$ egyenletű kör K középpontjának koordinátáit és sugarának hosszát!

A kör középpontja: K (;)	2 pont	
A kör sugara:	1 pont	

8. A testtömegindex kiszámítása során a vizsgált személy kilogrammban megadott tömegét osztják a méterben mért testmagasságának négyzetével.
Számítsa ki Károly testtömegindexét, ha magassága 185 cm, tömege pedig 87 kg!

Károly testtömegindexe: (kg/m^2)	3 pont	

9. Egy piros és egy sárga szabályos dobókockát egyszerre feldobunk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a dobott számok összege pontosan 4 lesz?
Válaszát indokolja!

	2 pont	
A kérdéses valószínűség:	1 pont	

10. Adja meg azokat az x valós számokat, melyekre teljesül: $\log_2 x^2 = 4$.
Válaszát indokolja!

	1 pont	
A lehetséges x értékek:	2 pont	

11. Egyszerűsítse a következő törtet: $\dfrac{x^2-6x+9}{x^2-9}$, ahol $x \neq 3$ és $x \neq -3$.

A tört egyszerűsített alakja:	3 pont	

12. Az alább felsorolt, a valós számok halmazán értelmezett függvényeket közös koordinátarendszerben ábrázoljuk. A három függvény közül kettőnek a grafikonja megegyezik, a harmadik eltér tőlük.
Melyik függvény grafikonja tér el a másik két függvény grafikonjától?

A) $x \mapsto \dfrac{1}{2}\sin(2x)$ B) $x \mapsto \sin x$ C) $x \mapsto \cos\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)$

A helyes válasz betűjele:	2 pont	

		maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	3	
	3. feladat	2	
	4. feladat	2	
	5. feladat	2	
	6. feladat	2	
	7. feladat	3	
	8. feladat	3	
	9. feladat	3	
	10. feladat	3	
	11. feladat	3	
	12. feladat	2	
	ÖSSZESEN	**30**	

dátum javító tanár

	elért pontszám **egész számra** kerekítve	programba beírt **egész** pontszám
I. rész		

javító tanár jegyző

dátum dátum

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2012. május 8.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2012. május 8. 8:00

II.

Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

NEMZETI ERŐFORRÁS MINISZTÉRIUM

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.

2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.

3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 18. feladatra nem kap pontot.

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!

5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**

6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**

7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell*.

8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!

9. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!

11. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon**!

A

13. Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $5^{x+1} + 5^{x+2} = 30$

b) $\frac{3}{x} - \frac{2}{x+2} = 1$, ahol $x \neq 0$ és $x \neq -2$

a)	5 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	12 pont	

14. Az ABC hegyesszögű háromszögben $BC = 14$ cm, $AC = 12$ cm, a BCA szög nagysága pedig 40°.

a) Számítsa ki a BC oldalhoz tartozó magasság hosszát!

b) Számítsa ki az AB oldal hosszát!

Válaszait cm-ben, egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

Az AB oldal felezőpontja legyen E, a BC oldal felezőpontja pedig legyen D.

c) Határozza meg az $AEDC$ négyszög területét!
Válaszát cm^2-ben, egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

a)	2 pont	
b)	3 pont	
c)	7 pont	
Ö.:	12 pont	

15. Az újkori olimpiai játékok megrendezésére 1896 óta kerül sor, ebben az évben tartották az első (nyári) olimpiát Athénban. Azóta minden negyedik évben tartanak nyári olimpiát, és ezeket sorszámmal látják el. Három nyári olimpiát (az első és a második világháború miatt) nem tartottak meg, de ezek az elmaradt játékok is kaptak sorszámot.

a) Melyik évben tartották a 20. nyári olimpiai játékokat?

b) Számítsa ki, hogy a 2008-ban Pekingben tartott nyári olimpiának mi volt a sorszáma!

A nyári olimpiák szervezőinek egyik fő bevételi forrása a televíziós jogok értékesítéséből származó bevétel. Rendelkezésünkre állnak a következő adatok (millió dollárban számolva):

Olimpia sorszáma	20.	22.
Bevétel a televíziós jogok értékesítéséből	75	192

Eszter úgy véli, hogy a televíziós jogok értékesítéséből származó bevételek – a 20. olimpiától kezdve – az egymás utáni nyári olimpiákon egy számtani sorozat egymást követő tagjait alkotják. Marci szerint ugyanezek a számok egy mértani sorozat egymást követő tagjai. A saját modelljük alapján mindketten kiszámolják, hogy mennyi lehetett a televíziós jogok értékesítéséből származó bevétel a 27. nyári olimpián. Ezután megkeresik a tényleges adatot, amely egy internetes honlap szerint 1383 (millió dollár).

c) Számítsa ki, hogy Eszter vagy Marci becslése tér el kisebb mértékben a 27. nyári olimpia tényleges adatától!

a)	2 pont	
b)	2 pont	
c)	8 pont	
Ö.:	12 pont	

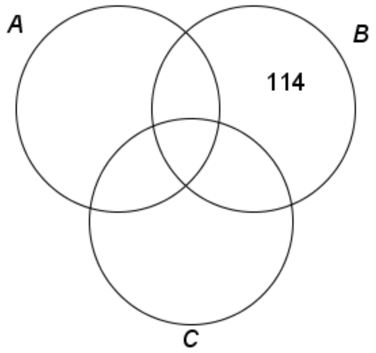
B

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Tekintsük a következő halmazokat:
A = {a 100-nál nem nagyobb pozitív egész számok};
B = {a 300-nál nem nagyobb 3-mal osztható pozitív egész számok};
C = {a 400-nál nem nagyobb 4-gyel osztható pozitív egész számok}.

a) Töltse ki a táblázatot a minta alapján, majd a táblázat alapján írja be az 52, 78, 124, 216 számokat a halmazábra megfelelő tartományába!

	***A* halmaz**	***B* halmaz**	***C* halmaz**
114	*nem eleme*	*eleme*	*nem eleme*
52			
78			
124			
216			



b) Határozza meg az $A \cap B \cap C$ halmaz elemszámát!

c) Számítsa ki annak valószínűségét, hogy az A halmazból egy elemet véletlenszerűen kiválasztva a kiválasztott szám nem eleme sem a B, sem a C halmaznak!

a)	8 pont	
b)	3 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Az alábbi táblázat András és Bea érettségi érdemjegyeit mutatja.

	András	Bea	Cili
Magyar nyelv és irodalom	3	4	
Matematika	4	5	
Történelem	4	4	
Angol nyelv	3	5	
Földrajz	5	5	

a) Számítsa ki András jegyeinek átlagát és szórását!

Cili érettségi eredményéről azt tudjuk, hogy jegyeinek átlaga András és Bea jegyeinek átlaga közé esik, továbbá Cili jegyeinek a szórása 0.

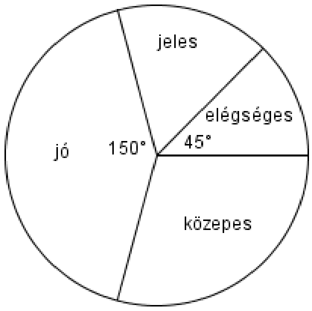
b) Töltse ki a táblázatot Cili jegyeivel!

Dávid is ebből az 5 tárgyból érettségizett, az 5 tárgy az ő bizonyítványában is a fenti sorrendben szerepel. Eredményeiről azt tudjuk, hogy jegyeinek mediánja 4, átlaga pedig 4,4 lett.

c) Határozza meg Dávid osztályzatait és azt, hogy hányféleképpen lehetne ezekkel az osztályzatokkal kitölteni az érettségi bizonyítványát!

Az ábra a 24 fős osztály érettségi eredményeinek megoszlását mutatja matematikából. Tudjuk, hogy jeles osztályzatot 4 tanuló ért el.

d) Az osztály tanulói közül hányan érettségiztek közepes eredménnyel matematikából?

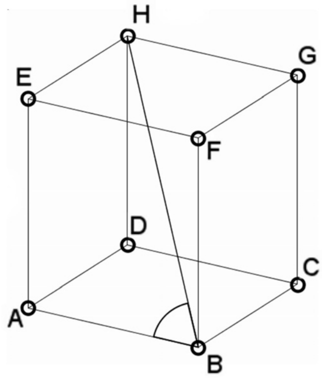


a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	7 pont	
d)	4 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. **a)** Számítsa ki annak a szabályos négyoldalú gúlának a térfogatát, melynek minden éle 10 cm hosszú!

Térgeometriai feladatok megoldásában segíthet egy olyan készlet, melynek elemeiből (kilyuggatott kisméretű gömbökből és különböző hosszúságú műanyag pálcikákból) matematikai és kémiai modellek építhetők. Az ábrán egy kocka modellje látható.



b) Számítsa ki az *ABH* szög nagyságát! (A test csúcsait tekintse pontoknak, az éleket pedig szakaszoknak!)

Anna egy molekulát modellezett a készlet segítségével, ehhez 7 gömböt és néhány pálcikát használt fel. Minden pálcika két gömböt kötött össze, és bármely két gömböt legfeljebb egy pálcika kötött össze. A modell elkészítése után feljegyezte, hogy hány pálcikát szúrt bele az egyes gömbökbe. A feljegyzett adatok: 6, 5, 3, 2, 2, 1, 1.

c) Mutassa meg, hogy Anna hibát követett el az adatok felírásában!

Anna is rájött, hogy hibázott. A helyes adatok: 6, 5, 3, 3, 2, 2, 1.

d) Hány pálcikát használt fel Anna a modell elkészítéséhez?

a)	6 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
d)	3 pont	
Ö.:	17 pont	

	a feladat sorszáma	maximális pontszám	elért pontszám	összesen
II. A rész	13.	12		
	14.	12		
	15.	12		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
	ÖSSZESEN	**70**		

	maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	**100**	

dátum javító tanár

	elért pontszám **egész számra** kerekítve	programba beírt **egész** pontszám
I. rész		
II. rész		

javító tanár jegyző

dátum dátum