

|                                                                              |               |
|------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| <b>18. b)</b>                                                                |               |
| Összesen 325 (=176+109+40) db kenyeret rendeltek és 42 db-ot küldtek vissza, | 1 pont        |
| ez a megrendelt mennyiség 12,9%-a.                                           | 1 pont        |
| Összesen 695 (=314+381) péksüteményt rendeltek és 34 db-ot küldtek vissza,   | 1 pont        |
| ez a megrendelt mennyiség 4,9%-a.                                            | 1 pont        |
| <b>Összesen:</b>                                                             | <b>4 pont</b> |

|                                                                                                   |               |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| <b>18. c)</b>                                                                                     |               |
| Az egyes napokon eladott péksütemények száma: 124; 133; 132; 122; 150 db.                         | 1 pont        |
| A két napot $\binom{5}{2}$ - féleképpen jelölhetjük meg.                                          | 1 pont        |
| (3 napon adtak el legalább 130 db-ot.) $\binom{3}{2}$ -féle kiválasztása lehet a kívánt 2 napnak, | 1 pont        |
| így a keresett valószínűség $\frac{\binom{3}{2}}{\binom{5}{2}}=0,3$                               | 1 pont        |
| <b>Összesen:</b>                                                                                  | <b>4 pont</b> |

|                                                                          |                                                                 |
|--------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| <b>18. d)</b>                                                            |                                                                 |
| 1 kg-os fehér kenyérből $\frac{155}{5} \Rightarrow$ 31 db-ot,            | Két helyes válasz 1 pont,<br>egy helyes válaszért nem jár pont. |
| $\frac{1}{2}$ kg-os fehér kenyérből $\frac{95}{5} \Rightarrow$ 19 db-ot, |                                                                 |
| rozskenyérből $\frac{33}{5} = 6,6$ 7 db-ot,                              |                                                                 |
| zsemleből 58, kifliből 68 db-ot rendeltek.                               |                                                                 |
| <b>Összesen:</b>                                                         | <b>3 pont</b>                                                   |

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

- 1. A dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől eltérő színű tollal kell javítani, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölni a hibákat, hiányokat stb.
- 2. A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott pontszám a mellette levő téglalapba kerül.
- 3. Kifogástalan megoldás esetén elég a maximális pontszám beírása a megfelelő téglalapokba.
- 4. Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes részpontszámokat is írja rá a dolgozatra.
- 5. Az ábrán kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti.

Tartalmi kérések:

- 1. Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól eltérő megoldás születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részét, és ennek alapján pontozzon.
- 2. A pontozási útmutató pontjai tovább bonthatók. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
- 3. Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél kevésbé részletezett.
- 4. Ha a megoldásban számolási hiba, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
- 5. Elvi hibát követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel, mint kiinduló adattal helyesen számol tovább a következő gondolati egységben vagy részkérdésben, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
- 6. Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy megjegyzés vagy mértékegység, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.
- 7. Egy feladatra adott többféle helyes megoldási próbálkozás közül a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető.
- 8. A megoldásokért jutalompont (az adott feladatra vagy feladatrészere előírt maximális pontszámot meghaladó pont) nem adható.
- 9. Az olyan részszámításokért, részlépésekért nem jár pontlevonás, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
- 10. A vizsgafeladatsor II. B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha mégsem derül ki egyértelműen, hogy a vizsgázó melyik feladatot értékelését nem kéri, akkor automatikusan a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladat lesz az, amelyet nem kell értékelni.

17.d)

|                                                                                                                                                                                                                                                                                            |               |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| Péter az első 12 hónapban<br>$S_{12} = \frac{2 \cdot 100 + 11 \cdot \frac{100}{23} \cdot 12}{2} \approx 1487$ tallér bérleti díjat fizet,<br>a második 12 hónapban 2113 tallért.<br>$2113 \approx 1421$ , tehát Péter a második évben 42,1%-kal több bérleti díjat fizet, mint az elsőben. | 1 pont        |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>3 pont</b> |

18. a) első megoldás

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |               |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| Ha figyelmen kívül hagyjuk, hogy a két áru nem kerülhet egymás mellé, akkor 6!-féle sorrendben rakható ki a hatféle áru.<br>Ha a két áru egymás mellé kerül, de a sorrendjüket nem különböztetjük meg, 5!-féle elhelyezés lehetséges.<br>Ha e két áru sorrendjét is megkülönböztetjük: 2·5! sorrendbe rakható a hat áru.<br>A megfelelő sorrendekszámát megkapjuk, ha az összes esetből kivonjuk azon sorrendek számát, amelyekben egymás mellé kerül a zsemlemorzsa és a búzáda: 6!–2·5!. | 1 pont        |
| Tehát 480 sorrendbe rakhatja ki az árufeltöltő a hatféle árut.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 1 pont        |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>6 pont</b> |

18. a) második megoldás

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |               |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| Csak a búzáda és a zsemlemorzsa 6·5, azaz 30-féle sorrendben lenne elhelyezhető, ha egymás mellé is kerülhetnének.<br>5 esetben kerülhet egymás mellé e két áru, ha a sorrendjüket nem vesszük figyelembe, de mivel a sorrend is számít, ezért 10 esetben így (30–10=) 20-féle sorrendben rakhatja ki e két árut úgy, hogy ne kerüljenek egymás mellé.<br>Mind a 20 esetben a többi négy árut 4!-féleképpen helyezheti el.<br>Tehát 20·4!=480-féle sorrendbe rakhatja ki a hatféle árut. | 1 pont        |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | <b>6 pont</b> |

|                                                                                       |               |
|---------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| <b>17. a)</b>                                                                         |               |
| Gábor fizetendő bérleti díja mértani sorozat szerint nő, $a_1 = 100$ és $a_4 = 200$ . | 1 pont        |
| $100 \cdot q^{23} = 200$ , $q^{23} = 2$ (ahol $q = 1 + \frac{p}{100}$ )               | 1 pont        |
| $q = \sqrt[23]{2} = 2^{\frac{1}{23}} (\approx 1,0306)$                                | 1 pont        |
| $p = 3,06$ ,                                                                          | 1 pont        |
| azaz Gábornak havonta 3,06%-kal kell több bérleti díjat fizetnie.                     | 1 pont        |
| <b>Összesen:</b>                                                                      | <b>5 pont</b> |

|                                                                                 |               |
|---------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| <b>17. b)</b>                                                                   |               |
| Péter bérleti díja számtani sorozat szerint nő, $b_1 = 100$ és $b_{24} = 200$ , | 1 pont        |
| $200 = 100 + 23 \cdot d$                                                        | 1 pont        |
| $d = \frac{100}{23} \approx 4,35$ , a havi növekedés 4,35 tallér.               | 1 pont        |
| <b>Összesen:</b>                                                                | <b>3 pont</b> |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |               |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| <b>17. c)</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |               |
| A sorozatok első 24 tagjának összege:                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 1 pont        |
| $S_{\text{Gábor}} = 100 \cdot \frac{\left(\sqrt[23]{2}\right)^{24} - 1}{\sqrt[23]{2} - 1} \approx 3468,45$ .                                                                                                                                                                                                                   | 2 pont        |
| $S_{\text{Péter}} = \frac{100 + 200}{2} \cdot 24 = 3600$ .                                                                                                                                                                                                                                                                     | 2 pont        |
| Péter 132 tallérrel több bérleti díjat fizet 24 hónap alatt, mint Gábor.                                                                                                                                                                                                                                                       | 1 pont        |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | <b>6 pont</b> |
| Grafikusan szemléltenve a havi bérleti díjakat látható, hogy Péter minden hónapban több bérleti díjat fizetne, mint Gábor (az 1. és a 24. hónap kivételével). Ezért nyilvánvaló, hogy Péter a 24 hónap alatt több bérleti díjat fizetne, mint Gábor. A világosan megadott grafikonokra épülő helyes gondolatért 3 pont adható. |               |

|                                                                     |               |                                                                    |
|---------------------------------------------------------------------|---------------|--------------------------------------------------------------------|
| <b>I.</b>                                                           |               |                                                                    |
| <b>1.</b>                                                           |               |                                                                    |
| Az egyszerűsítés után kapott tört: $\frac{a-2b}{3}$ .               | 2 pont        | A 2 pont nem bontható.                                             |
| <b>Összesen:</b>                                                    | <b>2 pont</b> |                                                                    |
| <b>2.</b>                                                           |               |                                                                    |
| Forgáshenger keletkezik, az alapkör sugara 5cm, magassága 12cm.     | 1 pont        | Ha ezek a gondolatok ábrán jelölve szerepelnek, jár az 1 pont.     |
| $V = 25\pi \cdot 12 (\text{cm}^3)$ .                                | 1 pont        |                                                                    |
| A forgáshenger térfogata $300\pi \text{cm}^3$ .                     | 1 pont        | Tizedes tört alakban megadott válasz is teljes értékű.             |
| <b>Összesen:</b>                                                    | <b>3 pont</b> |                                                                    |
| <b>3.</b>                                                           |               |                                                                    |
| A valós gyökök száma: 1.                                            | 2 pont        | Ha $x = 5$ a válasz, az 1 pontot ér.<br>Ha 5 a válasz, az 0 pont.  |
| <b>Összesen:</b>                                                    | <b>2 pont</b> |                                                                    |
| <b>4.</b>                                                           |               |                                                                    |
| $x_1 = 14$ , $x_2 = -14$                                            | 2 pont        | Helyes válaszonként 1-1 pont.                                      |
| <b>Összesen:</b>                                                    | <b>2 pont</b> |                                                                    |
| <b>5.</b>                                                           |               |                                                                    |
| A felezőpont helyvektora: $\vec{f} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$ . | 1 pont        |                                                                    |
| Ezt rendezve: $\vec{b} = 2\vec{f} - \vec{a}$ .                      | 1 pont        |                                                                    |
| <b>Összesen:</b>                                                    | <b>2 pont</b> |                                                                    |
| <b>6.</b>                                                           |               |                                                                    |
| A keresett legkisebb pozitív szög $30^\circ$ .                      | 2 pont        | $750^\circ = 2 \cdot 360^\circ + 30^\circ$ felírásáért 1 pont jár. |
| <b>Összesen:</b>                                                    | <b>2 pont</b> |                                                                    |
| <b>7.</b>                                                           |               |                                                                    |
| $x^2 + 18x + 81 = (x + 9)^2$                                        | 1 pont        |                                                                    |
| Egyszám négyzete akkor a legkisebb, ha 0-t emelünk négyzetre.       | 1 pont        |                                                                    |
| A függvény $x = -9$ -nél veszi fel a legkisebb értékét.             |               |                                                                    |
| <b>Összesen:</b>                                                    | <b>2 pont</b> |                                                                    |

|                                                                                        |          |                                                                                        |
|----------------------------------------------------------------------------------------|----------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>8.</b>                                                                              |          |                                                                                        |
| $2^4=16$ öjegyű pozitív szám van.                                                      |          | 2 pont                                                                                 |
| <b>Összesen:</b>                                                                       |          | <b>2 pont</b>                                                                          |
| <b>9.</b>                                                                              |          |                                                                                        |
| I.csoport 180 személy,<br>II. csoport 240 személy,<br>III. csoport 300 személy.        | 1-1 pont |                                                                                        |
| <b>Összesen:</b>                                                                       |          | <b>3 pont</b>                                                                          |
| <b>10.</b>                                                                             |          |                                                                                        |
| Az egyenletet $2x - 7y = 0$ alakra rendezzük.                                          |          | 1 pont                                                                                 |
| Az erre merőlegese egyenes egy normálvektora $\mathbf{n}(7; 2)$ ,                      |          | 1 pont                                                                                 |
| így $e$ egyenes egyenlete $7x+2y=33$ .                                                 | 1 pont   | <i>Az egyenesek egyenletének bármely alakban való helyes használata teljes értékű.</i> |
| <b>Összesen:</b>                                                                       |          | <b>3 pont</b>                                                                          |
| <b>11.</b>                                                                             |          |                                                                                        |
| A: igaz;<br>B: hamis;<br>C: igaz;<br>D: igaz.                                          | 1-1 pont |                                                                                        |
| <b>Összesen:</b>                                                                       |          | <b>4 pont</b>                                                                          |
| <b>12.</b>                                                                             |          |                                                                                        |
| Felírjuk a sorozat tagjait:                                                            |          |                                                                                        |
| $a_1 = -1, \quad a_2 = 1, \quad a_3 = 0, \quad a_4 = 1, \quad a_5 = 1, \quad a_6 = 2.$ | 2 pont   |                                                                                        |
| így $S_6 = 4$ .                                                                        | 1 pont   |                                                                                        |
| <b>Összesen:</b>                                                                       |          | <b>3 pont</b>                                                                          |

II. B

|                                                                                                                                                    |        |                                                                                 |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|---------------------------------------------------------------------------------|
| <b>16. a)</b>                                                                                                                                      |        |                                                                                 |
| A háromszög harmadik oldalának $c$ hosszára (a háromszög-egyenlőtlenség miatt) $20 + c > 22$ és $c < 20 + 22$ egyenlőtlenségeknek teljesülni kell. | 1 pont |                                                                                 |
| így $2 < c < 42$ .                                                                                                                                 | 1 pont |                                                                                 |
| Ha a harmadik oldal is egész, $c$ legkisebb értéke 3, legnagyobb értéke 41 lehet.                                                                  | 1 pont |                                                                                 |
| Ez 39 megfelelő háromszöget jelent.                                                                                                                | 1 pont |                                                                                 |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                                   |        | <b>5 pont</b>                                                                   |
| <b>16. b)</b>                                                                                                                                      |        |                                                                                 |
| (A két adott oldal által közbezárt szöveget $\gamma$ -val jelölve)                                                                                 | 1 pont |                                                                                 |
| $88 = \frac{20 \cdot 22 \cdot \sin \gamma}{2}$ .                                                                                                   |        |                                                                                 |
| Ebből $\sin \gamma = 0,4$ .                                                                                                                        | 1 pont |                                                                                 |
| $\gamma_1 \approx 23,6^\circ$                                                                                                                      | 1 pont |                                                                                 |
| $\gamma_2 \approx 156,4^\circ$                                                                                                                     | 1 pont |                                                                                 |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                                   |        | <b>4 pont</b>                                                                   |
| <b>16. c)</b>                                                                                                                                      |        |                                                                                 |
| $\gamma_1 \approx 23,6^\circ$ esetében a harmadik oldal hosszát ( $c_1$ ) koszinusztétel alkalmazásával számíthatjuk ki.                           | 1 pont | <i>Ha ez a gondolat csak a megoldás során derül ki, akkor is jár ez a pont.</i> |
| $c_1^2 \approx 20^2 + 22^2 - 2 \cdot 20 \cdot 22 \cdot \cos 23,6^\circ$                                                                            | 1 pont |                                                                                 |
| $c_1^2 \approx 77,568$ ,                                                                                                                           | 1 pont |                                                                                 |
| és ebből $c_1 \approx 8,8$ egység hosszú.                                                                                                          | 1 pont |                                                                                 |
| $\gamma_2 \approx 156,4^\circ$ esetében a harmadik oldal hossza ( $c_2$ ):                                                                         | 1 pont |                                                                                 |
| $c_2^2 \approx 20^2 + 22^2 - 2 \cdot 20 \cdot 22 \cdot \cos 156,4^\circ$ .                                                                         |        |                                                                                 |
| $c_2^2 \approx 884 - 880 \cdot (-0,9164)$ , azaz                                                                                                   | 1 pont |                                                                                 |
| $c_2^2 \approx 1690,4$ és ebből                                                                                                                    |        |                                                                                 |
| $c_2 \approx 41,1$ egység hosszú.                                                                                                                  | 1 pont |                                                                                 |
| A háromszög harmadik oldala $\approx 8,8$ egység vagy $\approx 41,1$ egység hosszú lehet.                                                          | 1 pont |                                                                                 |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                                   |        | <b>8 pont</b>                                                                   |
| <i>Ha csak az egyik esettel számol, erre a részre maximum 4 pontot kaphat.</i>                                                                     |        |                                                                                 |

II. A

|                                                                                                                                  |               |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| <b>15.c)</b>                                                                                                                     |               |
| 5 dolgozó költségeit fizetik.                                                                                                    | 1 pont        |
| Az összes eset: $\binom{25}{5}$ ,                                                                                                | 1 pont        |
| a kedvező esetek száma: $\binom{17}{5}$ .                                                                                        | 1 pont        |
| (Alkalmazva a klasszikus valószínűség modelljét.)<br>$\frac{\binom{17}{5}}{\binom{25}{5}} = \frac{6188}{53130} \approx 0,1165$ . | 1 pont        |
| 0,12 (illetve 11,65%) a valószínűsége annak, hogy 5 nőt választanak ki.                                                          | 1 pont        |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                 | <b>5 pont</b> |

|                                                                           |               |                                                                       |
|---------------------------------------------------------------------------|---------------|-----------------------------------------------------------------------|
| <b>13. a)</b>                                                             |               |                                                                       |
| A négyzet oldala $a$ , a téglalapok oldalai $a$ , illetve $\frac{a}{3}$ . | 1 pont        | <i>Ha a jelölés csak az ábrából derül ki, akkor is jár ez a pont.</i> |
| Egy téglalap területe $2a + \frac{2a}{3} = 24$ ,<br>amiből $a = 9$ cm.    | 2 pont        |                                                                       |
| A négyzet területe $81\text{ cm}^2$ .                                     | 1 pont        |                                                                       |
| <b>Összesen:</b>                                                          | <b>5 pont</b> |                                                                       |

13. b) első megoldás

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |               |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--|
| Pitagorasz tétel szerint $13^2 - 12^2 = x^2$<br>(vagy a 13, 12, 5 Pitagorasz-i számhármás),<br>a derékszögű háromszög befogója (BP) 5 cm.<br>A háromszög területe felírható kétféleképpen:<br>$T = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{c \cdot m_c}{2}$ ,<br>melyből $a \cdot b = c \cdot m_c$ ,<br>vagyis az $m_c = \frac{a \cdot b}{c} = \frac{60}{13}$ .<br>Az átfogóhoz tartozó magasság 4,6 cm hosszú. | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | <b>7 pont</b> |  |

13. b) második megoldás

|                                                                                                                                                                                                                                       |               |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--|
| Pitagorasz tétel szerint $13^2 - 12^2 = x^2$<br>(vagy a 13, 12, 5 Pitagorasz-féle számhármás),<br>a derékszögű háromszög befogója (BP) 5 cm.<br>A befogótétel szerint $5 = \sqrt{13 \cdot p}$ ,<br>$p = \frac{25}{13} \approx 1,92$ . | 1 pont        |  |
| Pitagorasz tétellel $m_c^2 = 5^2 - \left(\frac{25}{13}\right)^2$<br>Az átfogóhoz tartozó magasság 4,6 cm.                                                                                                                             | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                                                                                                                      | <b>7 pont</b> |  |

|                                                                                                                                                                                                                                       |               |                                                                                                         |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>13. b) harmadik megoldás</b>                                                                                                                                                                                                       |               |                                                                                                         |
| Az $ABP$ derékszögű háromszögben jelöljük az $A$ csúcsnál lévő szöveget $\alpha$ -val és az $AP$ átfogóhoz tartozó magasság talppontját $Q$ -val.<br>Az $ABP$ derékszögű háromszögben $\cos \alpha = \frac{AB}{AP} = \frac{12}{13}$ . | 2 pont        |                                                                                                         |
| $\alpha \approx 22,62^\circ$ .                                                                                                                                                                                                        | 1 pont        | <i>Ez a pont akkor is jár, ha a későbbiekben <math>\sin \alpha</math> értékét helyesen számítja ki.</i> |
| Az $AQB$ derékszögű háromszögben $\sin \alpha = \frac{BQ}{AB} = \frac{BQ}{12}$ .                                                                                                                                                      | 2 pont        |                                                                                                         |
| $BQ = 12 \cdot \sin \alpha \approx 12 \cdot 0,3846 \approx 4,6152$ .                                                                                                                                                                  | 1 pont        |                                                                                                         |
| Az átfogóhoz tartozó magasság 4,6 cm hosszú.                                                                                                                                                                                          | 1 pont        |                                                                                                         |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                                                                                                                      | <b>7 pont</b> |                                                                                                         |

|                                                                                              |               |                                                                                                               |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>14. a)</b>                                                                                |               |                                                                                                               |
| Értelmezési tartomány:<br>$(2x - 5 > 0 \text{ és } x > 0 \text{ miatt}) \ x > \frac{5}{2}$ . | 1 pont        | <i>Ha következmény-egyenlettel dolgozik és a kapott gyököket behelyettesítéssel ellenőrzi, ez a pont jár.</i> |
| (A logaritmus azonosságait felhasználva)<br>$2x - 5 = \frac{x}{3}$ .                         | 2 pont        |                                                                                                               |
| Az egyenlet rendezése után $x = 3$ .                                                         | 1 pont        |                                                                                                               |
| A kapott gyök eleme az értelmezési tartománynak, tehát megoldás.                             | 1 pont        |                                                                                                               |
| <b>Összesen:</b>                                                                             | <b>5 pont</b> |                                                                                                               |

|                                                                                                                               |               |                                                                                                                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>14. b)</b>                                                                                                                 |               |                                                                                                                      |
| $0 \leq 13 - 2x$ , így $x \leq 6,5$ .                                                                                         | 1 pont        | <i>Ha következmény-egyenlettel dolgozik és a kapott gyököket behelyettesítéssel ellenőrzi, ezek a pontok járnak.</i> |
| $0 \leq \sqrt{13 - 2x} = x - 5$ , ebből $5 \leq x$ .<br>Tehát az egyenletnek csak $5 \leq x \leq 6,5$ esetén lehet megoldása. | 1 pont        |                                                                                                                      |
| Mindkét oldalt négyzetre emelve: a baloldal négyzete $13 - 2x$ .                                                              | 1 pont        |                                                                                                                      |
| A jobboldal négyzete: $x^2 - 10x + 25$ .                                                                                      | 1 pont        |                                                                                                                      |
| A megoldandó másodfokú egyenlet:<br>$0 = x^2 - 8x + 12$ .                                                                     | 1 pont        |                                                                                                                      |
| Ebből $x = 6$ vagy $x = 2$ .                                                                                                  | 1 pont        |                                                                                                                      |
| Az egyenlet egyetlen valós megoldása az alaphalmazon a 6.                                                                     | 1 pont        |                                                                                                                      |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                              | <b>7 pont</b> |                                                                                                                      |

|                                                                                                                                                                     |               |                                                             |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|-------------------------------------------------------------|
| <b>15. a)</b>                                                                                                                                                       |               |                                                             |
| Mindkét végzettséggel rendelkezik 20 fő, mert a végzettséget jelentő oklevelek száma $42 + 28 = 70$ , ami 20-szal több az oklevelet szerzők (dolgozók) létszámánál. | 1 pont        | <i>Ezt a pont jár megfelelő halmozásra készítéséért is.</i> |
| Így csak technikus végzettsége 22 főnek van.                                                                                                                        | 1 pont        |                                                             |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                                                    | <b>3 pont</b> |                                                             |

|                                                                                   |               |                                                                        |
|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------|------------------------------------------------------------------------|
| <b>15. b)</b>                                                                     |               |                                                                        |
| Ha a 30 év alatti dolgozók száma $x$ ,                                            | 1 pont        | <i>Ha ez a gondolat csak a megoldás során derül ki, ez a pont jár.</i> |
| akkor az átlag:<br>$\frac{x \cdot 148000 + (50 - x) \cdot 173000}{50} = 165000$ . | 1 pont        |                                                                        |
| $x = 16$                                                                          | 1 pont        |                                                                        |
| A laborban 16 dolgozó 30 év alatti.                                               | 1 pont        |                                                                        |
| <b>Összesen:</b>                                                                  | <b>4 pont</b> |                                                                        |