

**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2014. október 14.**

**MATEMATIKA**

**KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI  
ÉRETTSÉGI VIZSGA**

**JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI  
ÚTMUTATÓ**

**EMBERI ERŐFORRÁSOK  
MINISZTERIUMA**

## Fontos tudnivalók

### Formai előírások:

1. A dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal** kell javítani a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölve a hibákat és a hiányokat.
2. A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a **javító által adott pontszám** a mellette levő téglalapba kerül.
3. **Kifogástalan megoldás** esetén elég a maximális pontszám beírása a megfelelő téglalapokba.
4. Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra.
5. Az ábrán kívül a **ceruzával írt részeket** a javító tanár nem értékelheti.

### Tartalmi kérések:

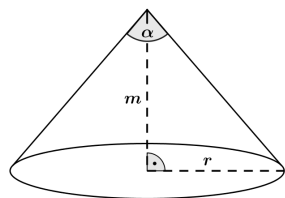
1. Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon!
2. A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók**, hacsak az útmutató másképp nem rendelkezik. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
3. Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
4. **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel, mint kiinduló adattal helyesen számol tovább a következő gondolati egységben vagy részkérdésben, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
5. Ha a megoldási útmutatóban **zárójelben szerepel** egy megjegyzés vagy mértékegység, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.
6. Egy feladatra adott **többféle megoldási próbálkozás** közül csak egy, a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető.
7. A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészeire előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
8. Az olyan részszerkesztésekért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
9. **A vizsgafeladatsor II. B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető.** A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek az értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha mégsem derül ki egyértelműen, hogy a vizsgázó melyik feladat értékelését nem kéri, akkor automatikusan a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladat lesz az, amelyet nem kell értékelni.

| 18. c)                                                                                       |               |                                                                                                                                                      |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| A vizsgázó által megadott számok egyetlen módusza 2,                                         | 1 pont        | <i>Ezek a pontok járnak, ha a megoldás hiányos vagy részben hibás, de a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó a kérdéses fogalmat jól értelmezte.</i> |
| mediánja 3,                                                                                  | 1 pont        |                                                                                                                                                      |
| átlaga 4,                                                                                    | 1 pont        |                                                                                                                                                      |
| terjedelme 5.                                                                                | 1 pont        |                                                                                                                                                      |
| A vizsgázó 11 olyan nemnegatív egész számot sorolt fel, amely valamennyi feltételt teljesít. | 1 pont        | <i>Egy lehetséges megoldás pl.: 2, 2, 2, 2, 2, 3, 6, 6, 6, 6, 7.</i>                                                                                 |
| <b>Összesen:</b>                                                                             | <b>5 pont</b> |                                                                                                                                                      |

| 18. d) első megoldás                                                                                                |               |                                                                                                      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Annak valószínűsége, hogy a játékos nem lő be egy tizenegyest: $(1 - 0,9) = 0,1$ .                                  | 1 pont        |                                                                                                      |
| Összesen három lehetőséget kell figyelembe venni.                                                                   | 1 pont        | <i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i> |
| Pontosan egyszer talál be, és kétszer nem.<br>Ennek valószínűsége: $\binom{3}{1} \cdot 0,9 \cdot 0,1^2 (= 0,027)$ . | 1 pont        |                                                                                                      |
| Pontosan kétszer talál be, és egyszer nem.<br>Ennek valószínűsége: $\binom{3}{2} \cdot 0,9^2 \cdot 0,1 (= 0,243)$ . | 1 pont        |                                                                                                      |
| Annak valószínűsége, hogy mindháromszor betalál: $0,9^3 (= 0,729)$ .                                                | 1 pont        |                                                                                                      |
| A keresett valószínűség ezek összege,                                                                               | 1 pont        | <i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i> |
| azaz 0,999.                                                                                                         | 1 pont        | <i>99,9% is elfogadható.</i>                                                                         |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                    | <b>7 pont</b> |                                                                                                      |

| 18. d) második megoldás                                                                                                             |               |                                                                                                        |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Annak valószínűsége, hogy a játékos nem lő be egy tizenegyest: $(1 - 0,9) = 0,1$ .                                                  | 1 pont        |                                                                                                        |
| A keresett valószínűséget megkapjuk, ha a biztos esemény valószínűségéből kivonjuk annak valószínűségét, hogy egyszer sem talál be. | 2 pont        | <i>Ez a 2 pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i> |
| Annak valószínűsége, hogy egyszer sem talál be $0,1^3$ .                                                                            | 1 pont        |                                                                                                        |
| Annak a valószínűsége, hogy legalább egyszer betalál $1 - 0,1^3 =$                                                                  | 2 pont        |                                                                                                        |
| $= 0,999$ .                                                                                                                         | 1 pont        | <i>99,9% is elfogadható.</i>                                                                           |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                    | <b>7 pont</b> |                                                                                                        |

## 17. c)



Ábra, melyen a lámpa fénykúpjának nyílásszöge  $\alpha = 100^\circ$ , a kúp magassága  $m = 85$  cm, az alapkör sugara  $r$ .

(Szögfüggvény alkalmazása a derékszögű háromszögben:)  $\operatorname{tg} 50^\circ =$

$$= \frac{r}{m}.$$

Ebből az alapkör sugara:  $r \approx 101,3$  (cm).

A kérdés megválaszolásához az asztallap két legtávolabbi pontjának a távolságát kell vizsgálni, vagyis meg kell határozni a téglalap átlóinak ( $e$ ) a hosszát.

$$e^2 = 194^2 + 97^2$$

$$e \approx 216,9 \text{ (cm)}$$

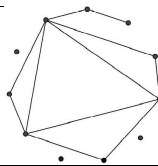
Mivel  $e > 2r$ ,

ezért a lámpa nem világítja be az asztallap minden pontját.

**Összesen: 11 pont**

## 18. a)

Több lehetőség is van, ezek közül egy példa:



**Összesen: 3 pont**

## 18. b)

Annyi kézfogás történt, ahány éle van a gráfnak,

összesen 11.

**Összesen: 2 pont**

## I.

## 1.

$$8x + y =$$

$$= 5$$

**Összesen: 2 pont**

## 2.

$$(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

$$(x-4)(x+4) = x^2 - 16$$

Az összevont alak:  $x - 7$

**Összesen: 3 pont**

## 3.

A helyes válasz: C.

**Összesen: 2 pont**

*Nem bontható.*

## 4.

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 4$$

$$x_3 = -4$$

**Összesen: 3 pont**

## 5.

$$\text{a) } x < 3$$

$$\text{b) } x = 2$$

**Összesen: 3 pont**

## 6.

A kérdéses valószínűség:  $\frac{20}{100} = 0,2$ .

**Összesen: 2 pont**

*20% is elfogadható.*

## 7.

$$x = \frac{3}{2}\pi$$

**Összesen: 2 pont**

Megjegyzés: A valós számok halmazán helyesen felírt összes megoldásért vagy az  $x = 270^\circ$  válaszáért 1 pont jár.

|                                      |               |                                    |
|--------------------------------------|---------------|------------------------------------|
| <b>8.</b>                            |               |                                    |
| A függvény értékkészlete: $[0; 2]$ . | 2 pont        | Más helyes jelölés is elfogadható. |
| <b>Összesen:</b>                     | <b>2 pont</b> |                                    |

Megjegyzés: Ha a vizsgázó az intervallum határait jól adja meg, de nyílt vagy félig nyílt intervallumot ad meg válaszként, akkor 1 pont jár.

|                                 |               |  |
|---------------------------------|---------------|--|
| <b>9.</b>                       |               |  |
| A kör sugara $r = 2$ ,          | 1 pont        |  |
| egyenlete $(x+2)^2 + (y-3)^2 =$ | 1 pont        |  |
| $= 4$ .                         | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>                | <b>3 pont</b> |  |

|                                   |               |                                    |
|-----------------------------------|---------------|------------------------------------|
| <b>10.</b>                        |               |                                    |
| A kérdéses intervallum: $]-1; 2[$ | 2 pont        | Más helyes jelölés is elfogadható. |
| <b>Összesen:</b>                  | <b>2 pont</b> |                                    |

Megjegyzés: Ha a vizsgázó az intervallum határait jól adja meg, de zárt vagy félig zárt intervallumot ad meg válaszként, akkor 1 pont jár.

|                                                      |               |  |
|------------------------------------------------------|---------------|--|
| <b>11. első megoldás</b>                             |               |  |
| A második egyenletből: $y = 7 - x$                   | 1 pont        |  |
| Az első egyenletbe helyettesítve: $5x + 7 - x = 3$ . | 1 pont        |  |
| $x = -1$                                             | 1 pont        |  |
| $y = 8$                                              | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>                                     | <b>4 pont</b> |  |

|                                                                                                    |               |                                                                                               |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>11. második megoldás</b>                                                                        |               |                                                                                               |
| (Az egyenlő együtthatók módszerét használva:) az első egyenletből a másodikat kivonva kapjuk, hogy | 1 pont        | Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt. |
| $4x = -4$ .                                                                                        | 1 pont        |                                                                                               |
| $x = -1$                                                                                           | 1 pont        |                                                                                               |
| $y = 8$                                                                                            | 1 pont        |                                                                                               |
| <b>Összesen:</b>                                                                                   | <b>4 pont</b> |                                                                                               |

|                                 |               |                                                              |
|---------------------------------|---------------|--------------------------------------------------------------|
| <b>12.</b>                      |               |                                                              |
| A: hamis<br>B: igaz<br>C: hamis | 2 pont        | 2 jó válasz esetén 1 pont,<br>1 jó válasz esetén 0 pont jár. |
| <b>Összesen:</b>                | <b>2 pont</b> |                                                              |

|                                                         |               |  |
|---------------------------------------------------------|---------------|--|
| <b>17. a)</b>                                           |               |  |
| 15 golyóból az első sorba kerülő 5-öt $\binom{15}{5} =$ | 2 pont        |  |
| $= 3003$ -féleképpen lehet kiválasztani.                | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>                                        | <b>3 pont</b> |  |

|                                                                                        |               |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--|
| <b>17. b) első megoldás</b>                                                            |               |  |
| A lehetséges különböző kirakások száma:<br>$15 \cdot 14 \cdot \dots \cdot 8 \cdot 7 =$ | 2 pont        |  |
| $= 1\,816\,214\,400$ .                                                                 | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>                                                                       | <b>3 pont</b> |  |

|                                                                                                                                             |               |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--|
| <b>17. b) második megoldás</b>                                                                                                              |               |  |
| Az első sor kiválasztása és sorba rakása<br>$\binom{15}{5} \cdot 5!$ -féleképpen történhet.                                                 | 1 pont        |  |
| A második sor kiválasztása és sorba rakása:<br>$\binom{10}{4} \cdot 4!$ -féleképpen történhet.                                              | 1 pont        |  |
| (Az összes különböző lehetőség számának meghatározásához ezek szorzatát kell venni), vagyis az összes lehetőség száma: $1\,816\,214\,400$ . | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                            | <b>3 pont</b> |  |

Megjegyzés: Ha csak a  $\binom{15}{5} \cdot \binom{10}{4}$  szorzat szerepel, akkor 1 pont jár a megoldásra.

## II.B

|                                                                                                                                       |               |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--|
| <b>16. a)</b>                                                                                                                         |               |  |
| (A számtani sorozat első $n$ tagjának összegére vonatkozó képlet alapján:) $S_{25} = \frac{2 \cdot 56 + 24 \cdot (-4)}{2} \cdot 25 =$ | 1 pont        |  |
| $= 200.$                                                                                                                              | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                      | <b>2 pont</b> |  |

|                                                                                                                                     |               |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--|
| <b>16. b)</b>                                                                                                                       |               |  |
| (A számtani sorozat első $n$ tagjának összegére vonatkozó képlet alapján:) $408 = \frac{2 \cdot 56 + (n-1) \cdot (-4)}{2} \cdot n.$ | 1 pont        |  |
| A műveleteket elvégezve: $816 = 112n - 4n^2 + 4n.$                                                                                  | 2 pont        |  |
| A másodfokú egyenlet: $4n^2 - 116n + 816 = 0,$                                                                                      | 1 pont        |  |
| ennek gyökei, vagyis $n$ lehetséges értékei: 12 és 17.                                                                              | 2 pont        |  |
| Ha $n = 12$ , akkor $a_{12} = 56 + 11 \cdot (-4) = 12.$                                                                             | 1 pont        |  |
| Ha $n = 17$ , akkor $a_{17} = 56 + 16 \cdot (-4) = -8.$                                                                             | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                    | <b>8 pont</b> |  |

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó a sorozat tagjainak felsorolásával oldja meg a feladatot, akkor a feladat helyes értelmezéséért 2 pontot kapjon. További 3 pont jár, ha a sorozat első 12 tagjának helyes összeadásával eljut az  $n = 12$  eredményre. További 1-1 pont jár az  $a_{12}$ , az  $n = 17$  és az  $a_{17}$  meghatározásáért.*

|                                                                                                                       |               |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--|
| <b>16. c)</b>                                                                                                         |               |  |
| (A mértani sorozat $n$ -edik tagjának kiszámítására vonatkozó képlet alapján:) $100\,000 = 10^{25} \cdot 0,01^{n-1}.$ | 1 pont        |  |
| Ebből $10^5 = 10^{25} \cdot (10^{-2})^{n-1}.$                                                                         | 2 pont        |  |
| (A hatványozás azonosságainak felhasználásával:) $10^{-20} = 10^{-2n+2}.$                                             | 2 pont        |  |
| (Az exponenciális függvény szigorú monotonitása miatt:) $-20 = -2n + 2.$                                              | 1 pont        |  |
| $n = 11$ (tehát a sorozatnak a 11. tagja a 100 000).                                                                  | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                      | <b>7 pont</b> |  |

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó a sorozat tagjainak felsorolásával oldja meg a feladatot, akkor a feladat helyes értelmezéséért 2 pontot kapjon. További 5 pont jár a helyes válasz megadásáért.*

## II.A

|                                                          |               |  |
|----------------------------------------------------------|---------------|--|
| <b>13. a)</b>                                            |               |  |
| Az A sorozatot a válaszolók $\frac{90}{600} \cdot 100 =$ | 1 pont        |  |
| $= 15\%$ -a nézte.                                       | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>                                         | <b>2 pont</b> |  |

|                                                                                                                                                                                                                                             |               |                                                                                                                              |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>13. b) első megoldás</b>                                                                                                                                                                                                                 |               |                                                                                                                              |
| A kizárólag az egyik sorozatot nézők számát megkapjuk, ha az adott sorozatot nézők számából kivonjuk a mindhárom sorozatot nézők számát (55), ezért csak az A sorozatot 35, csak a B sorozatot 235, csak a C sorozatot 175 válaszadó nézte. | 1 pont        | <i>Ez a 3 pont jár a feladat megértését tükröző, a négy adatot megfelelő helyen tartalmazó Venn-diagram felrajzolásáért.</i> |
| Így a valamelyik sorozatot nézők száma $35 + 235 + 175 + 55 = 500,$                                                                                                                                                                         | 2 pont        |                                                                                                                              |
| ezért egyik sorozatot sem nézte $600 - 500 = 100$ fő.                                                                                                                                                                                       | 1 pont        |                                                                                                                              |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                                                                                                                            | <b>5 pont</b> |                                                                                                                              |

|                                                                                                                                                                         |               |                                                                                                        |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>13. b) második megoldás</b>                                                                                                                                          |               |                                                                                                        |
| Ha összeadjuk az egyes sorozatokat nézők számát, akkor ebben háromszor számoltuk azokat, akik mindhárom sorozatot nézik.                                                | 1 pont        |                                                                                                        |
| Ha tehát az egyes sorozatokat nézők számának összegéből levonjuk a mindhárom sorozatot nézők számának kétszeresét, akkor megkapjuk a valamelyik sorozatot nézők számát. | 2 pont        | <i>Ez a 2 pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i> |
| Így a valamelyik sorozatot nézők száma $90 + 290 + 230 - 2 \cdot 55 = 500,$                                                                                             | 1 pont        |                                                                                                        |
| ezért egyik sorozatot sem nézte $600 - 500 = 100$ fő.                                                                                                                   | 1 pont        |                                                                                                        |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                                                        | <b>5 pont</b> |                                                                                                        |

|                                                                                                                                           |               |                                                                                                        |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>13. c)</b>                                                                                                                             |               |                                                                                                        |
| Az egyes körcikkekhez tartozó középponti szögek: (az A-val jelölt $55^\circ$ ), a B-vel jelölt $135^\circ$ , a C-vel jelölt $170^\circ$ . | 2 pont        | <i>Ez a 2 pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i> |
| A kördiagramon $1^\circ$ -nak $\frac{576}{360} = 1,6$ „válaszadó” felel meg.                                                              | 1 pont        |                                                                                                        |
| Az A sorozatra $55 \cdot 1,6 = 88,$<br>a B sorozatra $135 \cdot 1,6 = 216,$<br>a C sorozatra $170 \cdot 1,6 = 272$ jelölés érkezett.      | 2 pont        | <i>1 hiba esetén 1 pont, több hiba esetén 0 pont jár.</i>                                              |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                          | <b>5 pont</b> |                                                                                                        |

|                                                                                                                                      |               |                                                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>14. a)</b>                                                                                                                        |               |                                                                                                      |
| Egy adott útszakasz megtételéhez szükséges időt megkapjuk, ha az útszakasz hosszát elosztjuk az útszakaszon mért átlagsebességgel.   | 1 pont        | <i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i> |
| Az egyes útszakaszok megtételéhez szükséges idő lakott területen belül: 1,125 (óra), országúton: 0,5 (óra), autópályán: 0,875 (óra). | 2 pont        | <i>1 hiba esetén 1 pont, több hiba esetén 0 pont jár.</i>                                            |
| Így összesen $1,125 + 0,5 + 0,875 = 2,5$ óráig tartott az utazás.                                                                    | 1 pont        |                                                                                                      |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                     | <b>4 pont</b> |                                                                                                      |

*Megjegyzés: Helyes gondolatmenettel és jó kerekítésekkel kapott egyéb részeredmények és végeredmény is elfogadható.*

|                                                                                                                                                                                                                                 |               |                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|-----------------------------------------------------------|
| <b>14. b) első megoldás</b>                                                                                                                                                                                                     |               |                                                           |
| Az egyes útszakaszokon az autó fogyasztása lakott területen belül: $\frac{45}{100} \cdot 8,3 = 3,735$ (liter), országúton: $\frac{35}{100} \cdot 5,1 = 1,785$ (liter), autópályán: $\frac{105}{100} \cdot 5,9 = 6,195$ (liter). | 2 pont        | <i>1 hiba esetén 1 pont, több hiba esetén 0 pont jár.</i> |
| Az összes fogyasztás 185 km-en 11,715 liter.                                                                                                                                                                                    | 1 pont        |                                                           |
| 100 km-en az átlagfogyasztás: $\frac{11,715}{185} \cdot 100$ (liter).                                                                                                                                                           | 1 pont        |                                                           |
| Az autó átlagfogyasztása 100 km-en kb. 6,3 liter.                                                                                                                                                                               | 1 pont        |                                                           |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                                                                                                                | <b>5 pont</b> |                                                           |

|                                                                                                                                                                 |               |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--|
| <b>14. b) második megoldás</b>                                                                                                                                  |               |  |
| (Az átlagfogyasztás az egyes szakaszok fogyasztásának a megtett úttal súlyozott átlaga, azaz) $\frac{45 \cdot 8,3 + 35 \cdot 5,1 + 105 \cdot 5,9}{185} \approx$ | 3 pont        |  |
| $\approx 6,332$ (liter).                                                                                                                                        | 1 pont        |  |
| Az autó átlagfogyasztása 100 km-en kb. 6,3 liter.                                                                                                               | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                                                | <b>5 pont</b> |  |

|                                                      |               |                                                                                                      |
|------------------------------------------------------|---------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>14. c)</b>                                        |               |                                                                                                      |
| A két test hasonló, a hasonlóság aránya $1 : 2$ ,    | 1 pont        | <i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i> |
| így a térfogatok aránya $1 : 8$ .                    | 2 pont        |                                                                                                      |
| A kisebb kanna térfogata $\frac{20}{8} = 2,5$ liter. | 1 pont        |                                                                                                      |
| <b>Összesen:</b>                                     | <b>4 pont</b> |                                                                                                      |

|                                                         |               |  |
|---------------------------------------------------------|---------------|--|
| <b>15. a)</b>                                           |               |  |
| $V = 30 \cdot 40 \cdot 50 = 60\,000$ (cm <sup>3</sup> ) | 1 pont        |  |
| $V = 60$ dm <sup>3</sup>                                | 1 pont        |  |
| Az akvárium térfogata 60 liter.                         | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>                                        | <b>3 pont</b> |  |

|                                                                                                                                                                                      |               |                                                                                                                                                                |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>15. b)</b>                                                                                                                                                                        |               |                                                                                                                                                                |
| Az egyes lapátlok hossza:<br>$\sqrt{50^2 + 40^2} = \sqrt{4100} (\approx 64,03)$ (cm),<br>$\sqrt{50^2 + 30^2} = \sqrt{3400} (\approx 58,31)$ (cm),<br>$\sqrt{30^2 + 40^2} = 50$ (cm). | 2 pont        | <i>1 hiba esetén 1 pont, több hiba esetén 0 pont jár.</i>                                                                                                      |
| A legkisebb szög a legrövidebb oldallal van szemben.                                                                                                                                 | 1 pont        | <i>Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó a másik két szöget is jól kiszámítja. (<math>\beta \approx 60^\circ</math>, <math>\gamma \approx 72^\circ</math>)</i> |
| (A legrövidebb oldallal szemközti szöget $\alpha$ -val jelölve, koszinusztétellel:) $2500 = 4100 + 3400 - 2 \cdot \sqrt{4100} \cdot \sqrt{3400} \cdot \cos \alpha$ .                 | 2 pont        |                                                                                                                                                                |
| Ebből $\cos \alpha \approx 0,6696$ .                                                                                                                                                 | 2 pont        |                                                                                                                                                                |
| A háromszög legkisebb szöge: $\alpha \approx 48^\circ$ .                                                                                                                             | 1 pont        |                                                                                                                                                                |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                                                                     | <b>8 pont</b> |                                                                                                                                                                |