

**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2015. október 13.**

**MATEMATIKA**

**KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI  
ÉRETTSÉGI VIZSGA**

**JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI  
ÚTMUTATÓ**

**EMBERI ERŐFORRÁSOK  
MINISZTERIUMA**

## Fontos tudnivalók

### Formai előírások:

1. Kérjük, hogy a dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal, olvashatóan** javítsa ki.
2. A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerüljön.
3. **Kifogástalan megoldás** esetén kérjük, hogy a maximális pontszám feltüntetése mellett kipipálással jelezze, hogy az adott gondolati egységet látta, és jónak minősítette.
4. Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy **a hiba jelzése** mellett az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra. Ha a dolgozat javítását jobban követhetővé teszi, akkor a vizsgázó által elvesztett részpontszámok jelzése is elfogadható. Ne maradjon olyan részlet a megoldásban, amelyről a javítás után nem nyilvánvaló, hogy helyes, hibás vagy fölösleges.
5. A javítás során **alkalmazza az alábbi jelöléseket**.
  - helyes lépés: *kipipálás*
  - elvi hiba: *kétszeres aláhúzás*
  - számolási hiba vagy más, nem elvi hiba: *egyszeres aláhúzás*
  - rossz kiinduló adattal végzett helyes lépés: *szaggatott* vagy *áthúzott* kipipálás
  - hiányos indoklás, hiányos felsorolás vagy más hiány: *hiányjel*
  - nem érthető rész: *kérdőjel* és/vagy *hullámvonal*
6. Az ábrán kívül **ceruzával** írt részeket ne értékelje.

### Tartalmi kérések:

1. Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
2. A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók, hacsak az útmutató másképp nem rendelkezik**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
3. Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
4. **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel – mint kiinduló adattal – helyesen számol tovább a következő gondolati egységekben vagy részkérdésekben, akkor ezekre a részekre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
5. Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **megjegyzés** vagy **mértékegység**, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.

6. Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető**. A javítás során egyértelműen jelezze, hogy melyik változatot értékelte, és melyiket nem.
7. A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrésze előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
8. Egy feladatra vagy részfeladatra adott összpontszám **nem lehet negatív**.
9. Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
10. Az **ábrák** bizonyító erejű felhasználása (például adatok leolvasása méréssel) nem elfogadható.
11. **Valószínűségek** megadásánál (ha a feladat szövege másképp nem rendelkezik) a százalékban megadott helyes válasz is elfogadható.
12. Ha egy feladat szövege nem ír elő kerekítési kötelezettséget, akkor az útmutatóban megadottól eltérő, **ésszerű és helyes kerekítésekkel** kapott rész- és végeredmény is elfogadható.
13. **A vizsgafeladatsor II. B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető**. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha a vizsgázó nem jelölte meg, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, és a választás ténye a dolgozatból sem derül ki egyértelműen, akkor a nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti utolsó feladat lesz.

**Figyelem!** Az útmutató elején olvasható **Fontos tudnivalók** című rész 2015 májusában lényegesen megváltozott. Kérjük, hogy a javítás megkezdése előtt figyelmesen tanulmányozza!

## I.

|                  |               |  |
|------------------|---------------|--|
| <b>1.</b>        |               |  |
| $x_1 = -3$       | 1 pont        |  |
| $x_2 = 7$        | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b> | <b>2 pont</b> |  |

|                                                                                        |               |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--|
| <b>2. első megoldás</b>                                                                |               |  |
| A $104^\circ$ -os külső szög melletti belső szög $76^\circ$ .                          | 1 pont        |  |
| A C csúcsnál lévő belső szög nagysága $180^\circ - (76^\circ + 74^\circ) = 30^\circ$ , | 1 pont        |  |
| az ehhez tartozó külső szög $150^\circ$ .                                              | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>                                                                       | <b>3 pont</b> |  |

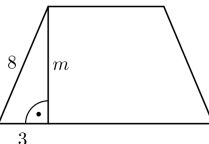
|                                                                                                |               |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--|
| <b>2. második megoldás</b>                                                                     |               |  |
| A $104^\circ$ -os külső szög melletti belső szög $76^\circ$ .                                  | 1 pont        |  |
| A C csúcsnál lévő külső szög nagysága a másik két csúcsnál lévő belső szög összegével egyenlő, | 1 pont        |  |
| vagyis $150^\circ$ .                                                                           | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>                                                                               | <b>3 pont</b> |  |

|                                                                                                 |               |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--|
| <b>2. harmadik megoldás</b>                                                                     |               |  |
| A $74^\circ$ -os belső szög melletti külső szög $106^\circ$ .                                   | 1 pont        |  |
| A háromszög külső szögeinek összege $360^\circ$ ,                                               | 1 pont        |  |
| ezért a C csúcsnál lévő külső szög nagysága $(360^\circ - 104^\circ - 106^\circ) = 150^\circ$ . | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>                                                                                | <b>3 pont</b> |  |

|                  |               |                                    |
|------------------|---------------|------------------------------------|
| <b>3.</b>        |               |                                    |
| $[0; 2]$         | 2 pont        | Más helyes jelölés is elfogadható. |
| <b>Összesen:</b> | <b>2 pont</b> |                                    |

Megjegyzés: Ha a vizsgázó válasza nyílt vagy félig nyílt intervallum, de az intervallum határait jól adja meg, akkor 1 pontot kapjon.

|                  |               |               |
|------------------|---------------|---------------|
| <b>4.</b>        |               |               |
| $h$              | 2 pont        | Nem bontható. |
| <b>Összesen:</b> | <b>2 pont</b> |               |

|                                                                                                                                              |                |                                                                       |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|-----------------------------------------------------------------------|
| <b>18. a)</b>                                                                                                                                |                |                                                                       |
| Az $a$ oldalhosszúságú szabályos hatszög területét kiszámíthatjuk hat darab $a$ oldalhosszúságú szabályos háromszög területének összegeként. | 1 pont         | Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki. |
| A csonkakúla fedőlapjának területe:<br>$t_1 = 6 \cdot \frac{7^2 \cdot \sin 60^\circ}{2} \approx$                                             | 1 pont         |                                                                       |
| $\approx 127,3 \text{ (cm}^2\text{)}.$                                                                                                       | 1 pont         |                                                                       |
| A csonkakúla egy oldallapjának magasságát $m$ -mel jelölve:                                                                                  | 1 pont         |                                                                       |
|                                                           |                |                                                                       |
| A Pitagorasz-tétel alapján $3^2 + m^2 = 8^2$ .                                                                                               | 1 pont         |                                                                       |
| $m \approx 7,42 \text{ (cm)}$                                                                                                                | 1 pont         |                                                                       |
| Egy oldallap területe $t_2 = \frac{7+13}{2} \cdot 7,42 = 74,2 \text{ (cm}^2\text{)}.$                                                        | 1 pont         |                                                                       |
| A teljes felület $F = t_1 + 6 \cdot t_2 = 572,5 \text{ (cm}^2\text{)}.$                                                                      | 1 pont         |                                                                       |
| $0,93 \text{ m}^2 = 9300 \text{ cm}^2$                                                                                                       | 1 pont         |                                                                       |
| $9300 : 572,5 \approx 16,24$                                                                                                                 | 1 pont         |                                                                       |
| 1 kg alapanyagból 16 darab doboz készíthető.                                                                                                 | 1 pont         |                                                                       |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                             | <b>11 pont</b> |                                                                       |

|                                                                                                              |               |                                                                       |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|-----------------------------------------------------------------------|
| <b>18. b)</b>                                                                                                |               |                                                                       |
| Ha legalább 8 virághagyma kihajt, akkor 10, 9 vagy 8 hajt ki.                                                | 1 pont        | Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki. |
| Annak valószínűsége, hogy mind a 10 kihajt: $0,91^{10} (\approx 0,3894).$                                    | 1 pont        |                                                                       |
| Annak valószínűsége, hogy 9 kihajt, de 1 nem:<br>$\binom{10}{9} \cdot 0,91^9 \cdot 0,09 (\approx 0,3851).$   | 1 pont        |                                                                       |
| Annak valószínűsége, hogy 8 kihajt, de 2 nem:<br>$\binom{10}{8} \cdot 0,91^8 \cdot 0,09^2 (\approx 0,1714).$ | 1 pont        |                                                                       |
| A kérdéses valószínűség ezek összege,                                                                        | 1 pont        |                                                                       |
| azaz kb. 0,946.                                                                                              | 1 pont        | Ez a pont nem jár, ha a vizsgázó nem kerekít, vagy rosszul kerekít.   |
| <b>Összesen:</b>                                                                                             | <b>6 pont</b> |                                                                       |

Megjegyzés: Ha a vizsgázó a feladat megoldása során az egyes valószínűségek három tizedesjegyre kerekített értékével jól számol, akkor 0,945 is elfogadható.

|                                                                                                    |               |                         |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|-------------------------|
| <b>17. b)</b>                                                                                      |               |                         |
| Megoldandó a $3600 \cdot 0,854^x = 900$ egyenlet, (ahol $x$ a 2014 óta eltelt évek számát jelöli.) | 1 pont        |                         |
| $0,854^x = 0,25$                                                                                   | 1 pont        |                         |
| $x = \frac{\lg 0,25}{\lg 0,854} \approx$                                                           | 1 pont        | $x = \log_{0,854} 0,25$ |
| $\approx 8,78$                                                                                     | 1 pont        |                         |
| (9 év múlva, azaz) 2023-ban várható, hogy a tigrisek száma 900 alá csökken.                        | 1 pont        |                         |
| <b>Összesen:</b>                                                                                   | <b>5 pont</b> |                         |

*Megjegyzések: 1. Ha a vizsgázó egyenlet helyett egyenlőtlenséggel dolgozik, akkor a megfelelő pontok járnak.*

*2. Ha a vizsgázó a tigrisek számát – jó kerekítéssel – évről évre felírja, és így helyes választ ad, akkor maximális pontszámot kap.*

|                                                                                                                                                                                                             |               |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--|
| <b>17. c)</b>                                                                                                                                                                                               |               |  |
| (I) és (II) miatt a kisebb kifutóba három vagy négy tigris kerülhet.                                                                                                                                        | 1 pont        |  |
| Ha három tigris kerül a kisebb kifutóba, akkor (III) és (IV) miatt ez csak két nőtény és egy hím lehet.                                                                                                     | 1 pont        |  |
| A két nőtényt és egy hímét $\binom{5}{2} \cdot 4 (= 40)$ -féleképpen lehet kiválasztani (és egy ilyen kiválasztás egyértelműen meghatározza, hogy a nagyobb kifutóba a másik hat tigris kerül).             | 2 pont        |  |
| Ha négy tigris kerül a kisebb kifutóba, akkor (III) és (IV) miatt (figyelembe véve a másik kifutót is) ez csak két nőtény és két hím lehet.                                                                 | 1 pont        |  |
| A két nőtényt és a két hímét $\binom{5}{2} \cdot \binom{4}{2} (= 60)$ -féleképpen lehet kiválasztani (és egy ilyen kiválasztás egyértelműen meghatározza, hogy a nagyobb kifutóba a másik öt tigris kerül). | 2 pont        |  |
| Így összesen $40 + 60 = 100$ -féle eset lehetséges.                                                                                                                                                         | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                                                                                            | <b>8 pont</b> |  |

|                                                    |               |  |
|----------------------------------------------------|---------------|--|
| <b>5.</b>                                          |               |  |
| $A = \{1; 2; 4; 7; 14; 28\}$<br>$B = \{1; 7; 49\}$ | 1 pont        |  |
| $A \cap B = \{1; 7\}$                              | 1 pont        |  |
| $B \setminus A = \{49\}$                           | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>                                   | <b>3 pont</b> |  |

|                  |               |  |
|------------------|---------------|--|
| <b>6.</b>        |               |  |
| 10               | 2 pont        |  |
| <b>Összesen:</b> | <b>2 pont</b> |  |

*Megjegyzés: A kételemű részhalmazok helyes felsorolása 1 pontot ér.*

|                                |               |                                                              |
|--------------------------------|---------------|--------------------------------------------------------------|
| <b>7.</b>                      |               |                                                              |
| A) igaz<br>B) hamis<br>C) igaz | 2 pont        | 2 jó válasz esetén 1 pont,<br>1 jó válasz esetén 0 pont jár. |
| <b>Összesen:</b>               | <b>2 pont</b> |                                                              |

|                  |               |  |
|------------------|---------------|--|
| <b>8.</b>        |               |  |
| $x_1 = 4$        | 1 pont        |  |
| $x_2 = -8$       | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b> | <b>2 pont</b> |  |

|                  |               |  |
|------------------|---------------|--|
| <b>9.</b>        |               |  |
| Terjedelem: 6    | 1 pont        |  |
| Átlag: 3         | 1 pont        |  |
| Szórás: 2        | 2 pont        |  |
| <b>Összesen:</b> | <b>4 pont</b> |  |

*Megjegyzés: A szórás képletébe való jó behelyettesítésért vagy a szórásnégyzet meghatározásáért 1 pont jár.*

|                                                                   |               |  |
|-------------------------------------------------------------------|---------------|--|
| <b>10.</b>                                                        |               |  |
| Az összes eset száma 25.                                          | 1 pont        |  |
| Ezek között 12 darab néggyel osztható van (kedvező esetek száma). | 1 pont        |  |
| Így a kérdéses valószínűség $\frac{12}{25} = 0,48$ .              | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>                                                  | <b>3 pont</b> |  |

|                                                     |               |                                                                              |
|-----------------------------------------------------|---------------|------------------------------------------------------------------------------|
| <b>11. első megoldás</b>                            |               |                                                                              |
| A bruttó ár a nettó ár 1,27-szorosa.                | 1 pont        | <i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i> |
| A termék nettó ára $\frac{6350}{1,27} = 5000$ (Ft), | 1 pont        |                                                                              |
| így az áfa $(6350 - 5000 =) 1350$ Ft.               | 1 pont        |                                                                              |
| <b>Összesen:</b>                                    | <b>3 pont</b> |                                                                              |

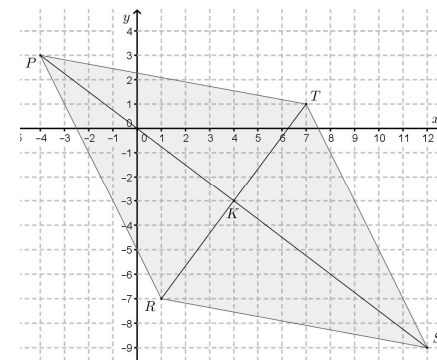
|                                      |               |  |
|--------------------------------------|---------------|--|
| <b>11. második megoldás</b>          |               |  |
| Az áfa $\frac{6350}{127} \cdot 27 =$ | 2 pont        |  |
| $= 1350$ Ft.                         | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>                     | <b>3 pont</b> |  |

|                                            |               |  |
|--------------------------------------------|---------------|--|
| <b>12.</b>                                 |               |  |
| Flóra mostanáig 2 mérkőzését játszotta le. | 2 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>                           | <b>2 pont</b> |  |

*A \*-gal jelölt 6 pontot az alábbi gondolatmenetért is megkaphatja a vizsgázó:*

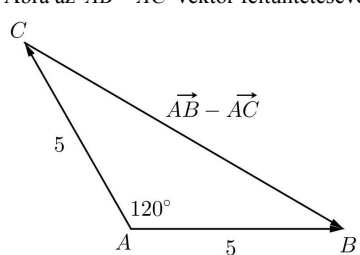
|                                                                                                                                      |        |  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|--|
| A rombusz rövidebb átlójának a fele<br>$d_{KT} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ egység hosszú.                                                | 1 pont |  |
| A $K$ középpontú 10 egység sugarú $k$ kör egyenlete:<br>$(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 100$ .                                              | 1 pont |  |
| A rombusz $PS$ átlójának $e$ egyenese illeszkedik a<br>$K$ pontra, továbbá egy normálvektora a $\overrightarrow{KT}(3;4)$<br>vektor. | 1 pont |  |
| Így $e$ egyenlete: $3x + 4y = 0$ .                                                                                                   | 1 pont |  |
| A $k$ kör és az $e$ egyenes egyenletéből álló egyenlet-<br>rendszer megoldásai: $x_1 = -4$ és $y_1 = 3$ ,                            | 1 pont |  |
| vagy $x_2 = 12$ és $y_2 = -9$ .                                                                                                      | 1 pont |  |

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó a keresett pontok koordinátáit (további indoklás nélkül) ábráról leolvassa helyesen adja meg, akkor ezért legfeljebb 4 pontot kapjon.*



|                                       |               |  |
|---------------------------------------|---------------|--|
| <b>17. a) első megoldás</b>           |               |  |
| $t(0) = 3600$                         | 1 pont        |  |
| $t(2) \approx 2626$                   | 1 pont        |  |
| $\frac{2626}{3600} \approx 0,73$      | 1 pont        |  |
| A tigrisek száma kb. 27%-kal csökken. | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>                      | <b>4 pont</b> |  |

|                                                                            |               |                                                                              |
|----------------------------------------------------------------------------|---------------|------------------------------------------------------------------------------|
| <b>17. a) második megoldás</b>                                             |               |                                                                              |
| A tigrisek száma minden évben az előző évinek<br>0,854-szeresére változik. | 1 pont        | <i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i> |
| $0,854^2 \approx$                                                          | 1 pont        |                                                                              |
| $\approx 0,73$                                                             | 1 pont        |                                                                              |
| A tigrisek száma kb. 27%-kal csökken.                                      | 1 pont        |                                                                              |
| <b>Összesen:</b>                                                           | <b>4 pont</b> |                                                                              |

|                                                                                                                                                                                 |               |                                                                              |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|------------------------------------------------------------------------------|
| <b>16. b) második megoldás</b>                                                                                                                                                  |               |                                                                              |
| <p>Ábra az <math>\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}</math> vektor feltüntetésével.</p>  | 1 pont        |                                                                              |
| A koszinusztétel alkalmazásával:                                                                                                                                                | 1 pont        | <i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i> |
| $ \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}  = \sqrt{5^2 + 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \cos 120^\circ} \approx$                                                               | 1 pont        |                                                                              |
| $\approx 8,66$ egység.                                                                                                                                                          | 1 pont        |                                                                              |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                                                                | <b>4 pont</b> |                                                                              |

|                                                                                                                                      |                |                                                                              |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|------------------------------------------------------------------------------|
| <b>16. c)</b>                                                                                                                        |                |                                                                              |
| (A rombusz átlói felezve metszik egymást a $K$ pontban, így a $K$ pont a $TR$ átló felezőpontja.)<br>Az $R(x_R; y_R)$ koordinátáira: | 1 pont         |                                                                              |
| $\frac{7+x_R}{2} = 4$ , illetve $\frac{1+y_R}{2} = -3$ .                                                                             |                |                                                                              |
| Ebből $x_R = 1$ és $y_R = -7$ , azaz $R(1; -7)$ .                                                                                    | 1 pont         |                                                                              |
| $\overrightarrow{KT}(3; 4)$ .                                                                                                        | 1 pont*        |                                                                              |
| Ezt $90^\circ$ -kal elforgatva kapjuk a $(-4; 3)$ vektort.                                                                           | 2 pont*        |                                                                              |
| Ennek kétszerese a $\overrightarrow{KP}(-8; 6)$ vektor,                                                                              | 1 pont*        |                                                                              |
| melynek ellentettje a $\overrightarrow{KS}(8; -6)$ vektor.                                                                           | 1 pont*        |                                                                              |
| A $K$ pont koordinátáihoz adva ezeknek a vektoroknak a megfelelő koordinátáit, kapjuk a hiányzó csúcsok koordinátáit.                | 1 pont*        | <i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i> |
| Ebből $P(-4; 3)$                                                                                                                     | 1 pont         |                                                                              |
| és $S(12; -9)$ .                                                                                                                     | 1 pont         |                                                                              |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                     | <b>10 pont</b> |                                                                              |

**II. A**

|                             |               |                |
|-----------------------------|---------------|----------------|
| <b>13. a) első megoldás</b> |               |                |
| $18 - 32 = -14$             | 1 pont        | $32 + 2d = 18$ |
| Így a differencia $-7$ .    | 1 pont        |                |
| $a = 25$                    | 1 pont        |                |
| <b>Összesen:</b>            | <b>3 pont</b> |                |

|                                |               |  |
|--------------------------------|---------------|--|
| <b>13. a) második megoldás</b> |               |  |
| $a = \frac{18+32}{2} =$        | 1 pont        |  |
| $= 25$                         | 1 pont        |  |
| A differencia $-7$ .           | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>               | <b>3 pont</b> |  |

|                                                      |               |                           |
|------------------------------------------------------|---------------|---------------------------|
| <b>13. b)</b>                                        |               |                           |
| A hányadost $q$ -val jelölve $q^2 = \frac{18}{32}$ . | 1 pont        | $b^2 = 32 \cdot 18 = 576$ |
| Ebből $q_1 = \frac{3}{4}$ ,                          | 1 pont        |                           |
| és $b_1 = 24$ ,                                      | 1 pont        |                           |
| vagy $q_2 = -\frac{3}{4}$ ,                          | 1 pont        |                           |
| és $b_2 = -24$ .                                     | 1 pont        |                           |
| <b>Összesen:</b>                                     | <b>5 pont</b> |                           |

|                                                      |               |                                                                                       |
|------------------------------------------------------|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>13. c)</b>                                        |               |                                                                                       |
| A három szám mediánja $c$ ,                          | 1 pont        | <i>Ez a 2 pont akkor is jár, ha ezek a gondolatok csak a megoldásból derülnek ki.</i> |
| átlaga $\frac{32+c+18}{3}$ .                         | 1 pont        |                                                                                       |
| Ezek alapján $\frac{32+c+18}{3} = c - 2$ ,           | 1 pont        |                                                                                       |
| azaz $50 + c = 3c - 6$ ,                             | 1 pont        |                                                                                       |
| amiből $c = 28$ (ami valóban a három szám mediánja). | 1 pont        |                                                                                       |
| <b>Összesen:</b>                                     | <b>5 pont</b> |                                                                                       |

|                                                                  |               |  |
|------------------------------------------------------------------|---------------|--|
| <b>14. a)</b>                                                    |               |  |
| Péter 30 mérkőzésből 25-öt megnyert.                             | 1 pont        |  |
| Így a vívással szerzett pontjainak száma:<br>$250 + 4 \cdot 7 =$ | 1 pont        |  |
| $= 278$ .                                                        | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>                                                 | <b>3 pont</b> |  |

|                                                     |               |  |
|-----------------------------------------------------|---------------|--|
| <b>14. b)</b>                                       |               |  |
| $250 - 215 = 35$                                    | 1 pont        |  |
| Bencének $(35 : 7 =) 5$ győzelem hiányzik a 21-hez, | 1 pont        |  |
| így összesen 16 győzelmet ért el.                   | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>                                    | <b>3 pont</b> |  |

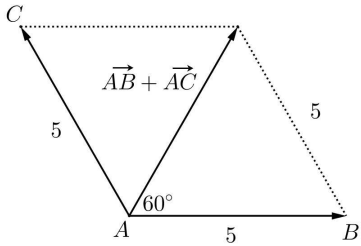
|                  |               |  |
|------------------|---------------|--|
| <b>14. c)</b>    |               |  |
| C                | 1 pont        |  |
| C                | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b> | <b>2 pont</b> |  |

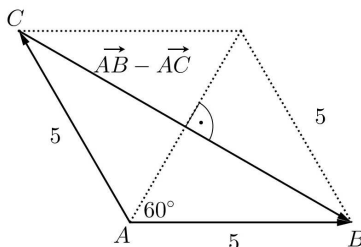
|                                                                                                                           |               |                                                                              |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|------------------------------------------------------------------------------|
| <b>14. d)</b>                                                                                                             |               |                                                                              |
| Az $A$ típusú akadályok lehetséges sorrendjeinek a száma $5!$ , ugyanez a $B$ típusúaknál $4!$ , a $C$ típusúaknál $3!$ . | 2 pont        |                                                                              |
| A 12 akadály lehetséges sorrendjeinek a száma ezek szorzata,                                                              | 1 pont        | <i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i> |
| azaz 17 280.                                                                                                              | 1 pont        |                                                                              |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                          | <b>4 pont</b> |                                                                              |

|                                                                                                                 |               |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--|
| <b>15. a)</b>                                                                                                   |               |  |
| Az $A$ csúcsnál lévő szöget $\alpha$ -val jelölve: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{8}{6}$ .                   | 1 pont        |  |
| Ebből $\alpha \approx 53,13^\circ$ .                                                                            | 1 pont        |  |
| (A $B$ csúcsnál lévő $\beta$ szög az $\alpha$ -t $90^\circ$ -ra egészíti ki, így) $\beta \approx 36,87^\circ$ . | 1 pont        |  |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                | <b>3 pont</b> |  |

|                                                                                                                                 |               |                                                                              |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|------------------------------------------------------------------------------|
| <b>15. b)</b>                                                                                                                   |               |                                                                              |
| A $DF$ befogó hosszát (cm-ben) jelölje $x$ , ekkor $DE = x - 7$ , $EF = x + 2$ .                                                | 1 pont        | <i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i> |
| A Pitagorasz-tétel szerint $x^2 + (x - 7)^2 = (x + 2)^2$ .                                                                      | 1 pont        |                                                                              |
| A zárójeleket felbontva:<br>$x^2 + x^2 - 14x + 49 = x^2 + 4x + 4$ .                                                             | 1 pont        |                                                                              |
| Rendezve: $x^2 - 18x + 45 = 0$ .                                                                                                | 1 pont        |                                                                              |
| Az egyenlet egyik gyöke $x = 3$ ,<br>de ez a feladatnak nem megoldása, mert ekkor a másik befogó hosszára negatív érték adódik. | 1 pont        |                                                                              |
| Az egyenlet másik gyöke $x = 15$ ,<br>így a háromszög oldalainak hossza:<br>$DE = 8$ cm, $DF = 15$ cm, $EF = 17$ cm.            | 1 pont        |                                                                              |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                | <b>8 pont</b> |                                                                              |

**II. B**

|                                                                                                                                                                                                                                                          |               |                                                                              |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|------------------------------------------------------------------------------|
| <b>16. a)</b>                                                                                                                                                                                                                                            |               |                                                                              |
| <p>Ábra az <math>\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}</math> vektor feltüntetésével.</p>                                                                         | 1 pont        |                                                                              |
| <p>Az <math>\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}</math> és az <math>\overrightarrow{AB}</math> vektorok egy olyan egyenlő szárú háromszög két oldalát határozzák meg, amelynek egyik szöge <math>60^\circ</math>-os, így a háromszög szabályos.</p> | 1 pont        | <i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i> |
| Az összegvektor hossza ezért 5 egység.                                                                                                                                                                                                                   | 1 pont        |                                                                              |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                                                                                                                                         | <b>3 pont</b> |                                                                              |

|                                                                                                                                                                                    |               |                                                                              |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|------------------------------------------------------------------------------|
| <b>16. b) első megoldás</b>                                                                                                                                                        |               |                                                                              |
| <p>Ábra az <math>\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}</math> vektor feltüntetésével.</p>  | 1 pont        |                                                                              |
| <p>A különbségvektor hossza egy 5 egység oldalú szabályos háromszög magasságának kétszerese,</p>                                                                                   | 1 pont        | <i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i> |
| azaz $2 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx$                                                                                                                                  | 1 pont        |                                                                              |
| $\approx 8,66$ egység.                                                                                                                                                             | 1 pont        |                                                                              |
| <b>Összesen:</b>                                                                                                                                                                   | <b>4 pont</b> |                                                                              |