

Az oldallapokat tehát hatféleképpen lehet kiszínezni.	1 pont	
Összesen $2 \cdot 6 = 12$ -féle különböző színezés készíthető.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

18. c) első megoldás		
(Ha az azonos színű lánggal égőket megkülönböztetjük egymástól, akkor) Zsófi összesen $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ -féleképpen választhatja ki az első három gyertyát.	1 pont	
A háromféle szín sorrendje $3! = 6$ -féle lehet.	1 pont	
Egy adott színsorrend esetén $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ választási lehetőség van,	1 pont	
így a kedvező esetek száma $6 \cdot 8 = 48$.	1 pont	
A kérdéses valószínűség $\frac{48}{120} (= 0,4)$.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

18. c) második megoldás		
Tekintsük úgy, hogy Zsófi egyszerre veszi ki a dobozból az első három gyertyát, amit majd (valamilyen sorrendben) meg fog gyújtani.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
Összesen $\binom{6}{3} = 20$ -féleképpen választhatja ki a 3 gyertyát.	1 pont	
Minden fajtából kettő van a dobozban, így a kedvező esetek száma $\binom{2}{1} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{2}{1} = 8$.	2 pont	
A kérdéses valószínűség $\frac{8}{20} (= 0,4)$.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

18. c) harmadik megoldás		
Az első gyertya bármilyen színű lánggal éghet.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
$\frac{4}{5}$ annak a valószínűsége, hogy a második gyertya más színű lánggal ég, mint az első.	1 pont	
$\frac{2}{4}$ annak a valószínűsége, hogy a harmadik gyertya más színű lánggal ég, mint az első kettő.	1 pont	
A kérdéses valószínűség: $1 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{2}{5} (= 0,4)$.	2 pont	
Összesen:	5 pont	

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2016. május 3.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

- Kérjük, hogy a dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal, olvashatóan** javítsa ki.
- A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerüljön.
- Kifogástalan megoldás** esetén kérjük, hogy a maximális pontszám feltüntetése mellett kipipálással jelezze, hogy az adott gondolati egységet látta, és jónak minősítette.
- Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy **a hiba jelzése** mellett az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra. Ha a dolgozat javítását jobban követhetővé teszi, akkor a vizsgázó által elvesztett részpontszámok jelzése is elfogadható. Ne maradjon olyan részlet a megoldásban, amelyről a javítás után nem nyilvánvaló, hogy helyes, hibás vagy fölösleges.
- A javítás során **alkalmazza az alábbi jelöléseket**.
 - helyes lépés: *kipipálás*
 - elvi hiba: *kétszeres aláhúzás*
 - számolási hiba vagy más, nem elvi hiba: *egyszeres aláhúzás*
 - rossz kiinduló adattal végzett helyes lépés: *szaggatott vagy áthúzott kipipálás*
 - hiányos indoklás, hiányos felsorolás vagy más hiány: *hiányjel*
 - nem érthető rész: *kérdőjel és/vagy hullámvonal*
- Az ábrán kívül **ceruzával** írt részeket ne értékelje.

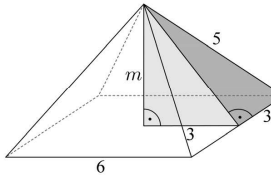
Tartalmi kérések:

- Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
- A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók, ha csak az útmutató másképp nem rendelkezik**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
- Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
- Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel – mint kiinduló adattal – helyesen számol tovább a következő gondolati egységekben vagy részkérdésekben, akkor ezekre a részekre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
- Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **megjegyzés** vagy **mértékegység**, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.

17. c) második megoldás

A kérdéses pontot P -vel jelöljük. Mivel a P pont az x tengelyen van, így a második koordinátája 0. Legyen $P(x; 0)$.	1 pont	
$\overrightarrow{PA} = (-3 - x; -1)$ és $\overrightarrow{PB} = (3 - x; 7)$	2 pont	
$\overrightarrow{PA}$ és $\overrightarrow{PB}$ vektorok pontosan akkor merőlegesek egymásra, ha $\overrightarrow{PA}$ és $\overrightarrow{PB}$ vektorok skaláris szorzata 0.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
$(-3 - x) \cdot (3 - x) + (-1) \cdot 7 = 0$	1 pont	
$x^2 - 9 - 7 = 0$	1 pont	
$x_1 = 4$	1 pont	
$x_2 = -4$	1 pont	
Tehát $P_1(4; 0)$ és $P_2(-4; 0)$.	1 pont	
Összesen:	9 pont	

18. a)

Egy 11 cm oldalú kocka térfogata 1331 cm^3 .	1 pont	
 Az oldallap magassága Pitagorasz-tétellel: $\sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.	1 pont	<i>Az alaplap átlójának hossza $6 \cdot \sqrt{2}$.</i>
A test m magassága Pitagorasz-tétellel: $m = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7} \approx 2,65 \text{ cm}$.	1 pont	$m = \sqrt{5^2 - (3 \cdot \sqrt{2})^2} = \sqrt{7}$
$V_{\text{güla}} = \frac{6^2 \cdot \sqrt{7}}{3} (= 12\sqrt{7} \approx 31,75 \text{ cm}^3)$.	1 pont	
$\frac{1331}{V_{\text{güla}}} \approx 41,9$	1 pont	
Egy kockából legfeljebb 41 gyertya önthető.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

18. b)

Az alaplapot kétféleképpen lehet kiszínezni.	1 pont	
Az oldallapok lehetnek ugyanolyan színűek, mindegyik kék, vagy mindegyik zöld (két eset).	1 pont	
Lehet három oldallap zöld és egy kék, vagy három oldallap kék és egy zöld (két eset).	1 pont	
Olyan festésből, amikor két oldallap zöld és két oldallap kék, szintén kétféle lehet, attól függően, hogy az ugyanolyan színű lapok szomszédosak vagy szemköztiek.	1 pont	

17. b) ötödik megoldás		
(A grafikon egy egyenes.) Az $A(-3; -1)$ és a $B(3; 7)$ pontokra illeszkedő egyenes egyenletét írjuk fel.	1 pont	
Az egyenes (egyik) irányvektora az $\overrightarrow{AB}$ $(6; 8)$ vektor.	1 pont	
Az egyenes egyenlete: $8x - 6y = -18$.	1 pont	
Ebből $y = \frac{4}{3}x + 3$.	1 pont	
A hozzárendelési utasítás: $x \mapsto \frac{4}{3}x + 3$.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

17. c) első megoldás		
A kérdéses pontot P -vel jelölve (a Thalész-tétel megfordítása miatt) az ABP háromszög köré írt körének átmérője az AB szakasz.	1 pont	<i>Ezek a pontok akkor is járnak, ha ezek a gondolatok csak a megoldásból derülnek ki.</i>
A kör és az x tengely metszéspontja a P pont.	1 pont	
A kör középpontja az AB szakasz felezőpontja: $\left(\frac{-3+3}{2}; \frac{-1+7}{2}\right) = (0; 3)$.	1 pont	
A kör sugara $r = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(-3-3)^2 + (-1-7)^2}}{2} = 5$.	1 pont	
A háromszög köré írható kör egyenlete: $x^2 + (y-3)^2 = 25$.	1 pont	
A kör x tengellyel való metszéspontját az $y = 0$ helyettesítéssel kapjuk, így $x^2 + 9 = 25$.	1 pont	
$x_1 = 4$	1 pont	
$x_2 = -4$	1 pont	
Tehát $P_1(4; 0)$ és $P_2(-4; 0)$.	1 pont	
Összesen:	9 pont	

Megjegyzések:

- Ha a vizsgázó indoklás nélkül adja meg a P_1 és P_2 pontokat, akkor ezért 1-1 pontot kapjon.
- Ha a vizsgázó egy ábra alapján (további indoklás nélkül) az AB átmérőjű kör segítségével adja meg a P_1 és P_2 pontokat, akkor ezért 4 pontot kapjon.
- Ha számítással igazolja, hogy ezekből a pontokból derékszögben látszik az AB szakasz, akkor ezért további 1-1 pontot kapjon.

- Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető**. A javítás során egyértelműen jelezze, hogy melyik változatot értékelte, és melyiket nem.
- A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrésze előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
- Egy feladatra vagy részfeladatra adott összpontszám **nem lehet negatív**.
- Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
- Az **ábrák** bizonyító erejű felhasználása (például adatok leolvasása méréssel) nem elfogadható.
- Valószínűségek** megadásánál (ha a feladat szövege másképp nem rendelkezik) a százaléokban megadott helyes válasz is elfogadható.
- Ha egy feladat szövege nem ír elő kerekítési kötelezettséget, akkor az útmutatóban megadottól eltérő, **ésszerű és helyes kerekítésekkel** kapott rész- és végeredmény is elfogadható.
- A vizsgafeladatsor II. B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető**. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha a vizsgázó nem jelölte meg, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, és a választás ténye a dolgozatból sem derül ki egyértelműen, akkor a nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti utolsó feladat lesz.

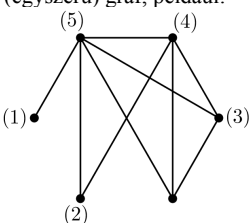
I.

1.		
$G \cap H = \{1; 2; 4\}$	1 pont	
$H \setminus G = \{8; 16\}$	1 pont	
Összesen:	2 pont	

2.		
980 (Ft)	2 pont	
Összesen:	2 pont	

3.		
$x = 4096$	2 pont	$x = 4^6$
Összesen:	2 pont	

4.		
$(9 \cdot 9 \cdot 8 =) 648$	2 pont	
Összesen:	2 pont	

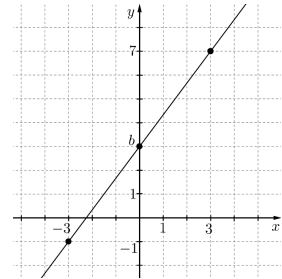
5.		
a) Megfelelő (egyszerű) gráf, például:		
	2 pont	
b) 3	1 pont	
Összesen:	3 pont	

6.		
$x \approx 3,322$	2 pont	
Összesen:	2 pont	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó nem a megadott pontossággal kerekít vagy rosszul kerekít, akkor legfeljebb 1 pontot kaphat.

7.		
A: hamis B: igaz C: hamis	2 pont	2 jó válasz esetén 1 pont, 1 jó válasz esetén 0 pont jár.
Összesen:	2 pont	

17. b) második megoldás

	1 pont	Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó ábra nélkül helyesen oldja meg a feladatot.
(A grafikon egy egyenes.) A két adott pont által meghatározott szakasz felezőpontja az y tengelyen van,	1 pont	
így $b = \frac{-1+7}{2} = 3$.	1 pont	
A keresett egyenes meredeksége: $m = \frac{7-3}{3-0} = \frac{4}{3}$.	1 pont	$m = \frac{1-(-7)}{3-(-3)} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$
A hozzárendelési utasítás: $x \mapsto \frac{4}{3}x + 3$.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

17. b) harmadik megoldás

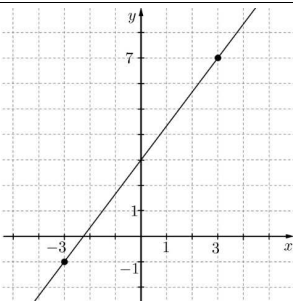
A lineáris függvényt $y = mx + b$ alakban keressük.	1 pont	Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.
Behelyettesítés után: $\begin{cases} -1 = -3m + b \\ 7 = 3m + b \end{cases}$.	1 pont	
Ebből $b = 3$.	1 pont	
Ezt visszahelyettesítve: $m = \frac{4}{3}$.	1 pont	
A hozzárendelési utasítás: $x \mapsto \frac{4}{3}x + 3$.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

17. b) negyedik megoldás

(A grafikon egy egyenes.) A két adott ponton átmenő egyenes egyenletébe behelyettesítve: $(3 - (-3))(y - (-1)) = (7 - (-1))(x - (-3))$.	2 pont	
$6(y + 1) = 8(x + 3)$	1 pont	
$y = \frac{4}{3}x + 3$	1 pont	
A hozzárendelési utasítás: $x \mapsto \frac{4}{3}x + 3$.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

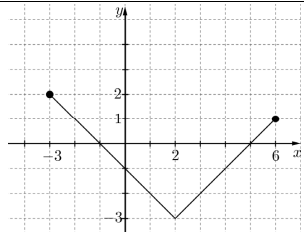
17. a) első megoldás		
A háromszög súlypontjának koordinátái a csúcsok megfelelő koordinátáinak számtani közepe, így a $C(c_1; c_2)$ pontra:	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
$0 = \frac{-3+3+c_1}{3}$, ahonnan $c_1 = 0$,	1 pont	
illetve $0 = \frac{-1+7+c_2}{3}$, ahonnan $c_2 = -6$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

17. a) második megoldás		
Az AB szakasz felezőpontja: $F(0; 3)$.	1 pont	
Mivel az origó a CF szakasz C -től távolabbi harmadolópontja,	1 pont	
így $C(0; -6)$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

17. b) első megoldás		
	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó ábra nélkül helyesen oldja meg a feladatot.</i>
(A grafikon egy egyenes.) Az egyenes meredeksége: $m = \frac{7-(-1)}{3-(-3)} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó helyesen olvassa le az ábráról a meredekséget.</i>
A $(3; 7)$ ponton átmenő $\frac{4}{3}$ meredekségű egyenes egyenlete: $y - 7 = \frac{4}{3}(x - 3)$.	2 pont	A $(-3; -1)$ ponton átmenő $\frac{4}{3}$ meredekségű egyenes egyenlete: $y + 1 = \frac{4}{3}(x + 3)$.
A hozzárendelési utasítás: $x \mapsto \frac{4}{3}x + 3$.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

8.		
A sorozat differenciája: $d = -12$,	1 pont	
első tagja: $a_1 = a_4 - 3d =$	1 pont	$a_3 = 19, a_2 = 31$
$= 43$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

9.		
C és D	2 pont	<i>1 jó válasz vagy 2 jó és 1 rossz válasz esetén 1 pont jár.</i>
Összesen:	2 pont	

10.		
		
A függvény grafikonja az abszolútérték-függvény grafikonjából származik,	1 pont	
minimuma az $x = 2$ helyen	1 pont	
-3 ,	1 pont	
és a megadott halmazra van szűkítve.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

11.		
$x = \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi \ (k \in \mathbf{Z})$	2 pont	
Összesen:	2 pont	

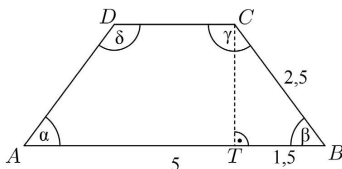
Megjegyzés: Az $x = 90^\circ + k \cdot 360^\circ$, illetve az $x = \frac{\pi}{2}$ válaszáért 1 pont jár.

12.		
Az összes lehetséges húzás száma $\binom{5}{3} =$	1 pont	<i>A kihúzott számok sorrendjét is figyelembe véve: $5 \cdot 4 \cdot 3 =$</i>
$= 10$.	1 pont	$= 60$.
A kedvező esetek száma 1,	1 pont	$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$
így a kérdéses valószínűség $\frac{1}{10} = 0,1$.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

II. A

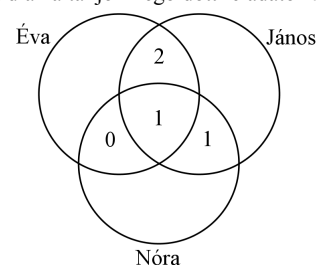
13. a)		
$7 - 2x - 10 = \frac{x+6}{4} + \frac{2x+4}{4}$	1 pont	
$-2x - 3 = \frac{3x+10}{4}$	1 pont	$-12 - 8x = x + 6 + 2x + 4$
$x = -2$	2 pont	
Ellenőrzés behelyettesítéssel vagy ekvivalenciára hivatkozással.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

13. b)		
Az $x^2 - x - 2 = 0$ egyenlet gyökei: $x_1 = -1$ és $x_2 = 2$.	2 pont	
Mivel a másodfokú kifejezés főgyütthatója pozitív,	1 pont	<i>Ez a pont jár egy megfelelő ábráért is.</i>
így az egyenlőtlenség megoldáshalmaza: $[-1; 2]$.	2 pont	$-1 \leq x \leq 2$
Összesen:	5 pont	

14. a)		
A húrtrapéz alapon fekvő szögei egyenlők.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
A trapéz C-ből induló magasságát berajzolva $TB = 1,5$ (cm).	1 pont	
	1 pont	
A BCT derékszögű háromszögben $\cos \beta = \frac{1,5}{2,5} = 0,6$.	1 pont	
Ebből $\beta = \alpha \approx 53,13^\circ$,	1 pont	
valamint $\gamma = \delta = 180^\circ - \beta \approx 126,87^\circ$.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

16. c) második megoldás

(Írjuk egy Venn-diagram megfelelő részeibe a legalább két diák által jól megoldott feladatok számát.)



Azért a két feladatért, amit csak egy diák oldott meg helyesen, 2 pont jár.	1 pont	
Összesen $3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 2 = 11$ pontot szereztek.	2 pont	
Összesen:	5 pont	

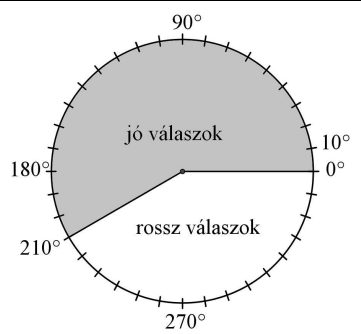
16. d) első megoldás

$3^6 = 729$ különböző kitöltése van a tesztnek (összes eset száma).	1 pont	
A kedvező esetek számát úgy kapjuk, hogy az összes eset számából kivonjuk a kedvezőtlen esetek számát.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
Egy válasz sem helyes $2^6 = 64$ esetben.	1 pont	
Legalább egy válasz helyes $729 - 64 = 665$ esetben (kedvező esetek száma).	1 pont	
A kérdéses valószínűség $\frac{665}{729} (\approx 0,91)$.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

16. d) második megoldás

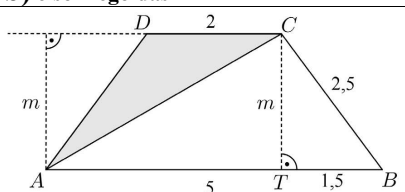
Annak valószínűsége, hogy egy válasz hibás: $\frac{2}{3}$.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
Annak valószínűsége, hogy mind a hat válasz hibás: $\left(\frac{2}{3}\right)^6$.	1 pont	$P(n)$ jelölje annak a valószínűségét, hogy pontosan n válasz jó. $P(1) \approx 0,2634$ $P(2) \approx 0,3292$ $P(3) \approx 0,2195$ $P(4) \approx 0,0823$ $P(5) \approx 0,0165$ $P(6) \approx 0,0014$
Annak valószínűsége, hogy legalább egy válasz jó: $1 - \left(\frac{2}{3}\right)^6 \approx$	2 pont	
$\approx 0,91$.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

II. B

16. a)		
A jó válaszok száma 35, a rossz válaszok száma 25.	1 pont	
A 10 diák összesen 60 választ adott, így 1 válasz 6°-nak felel meg a diagramon.	1 pont	<i>Ezek a pontok járnak, ha ezek a gondolatok csak a megoldásból derülnek ki.</i>
A jó válaszok számát egy 210°-os körívek, a rossz válaszokat egy 150°-os körívek szemlélteti.	1 pont	
	1 pont	
Összesen:	4 pont	

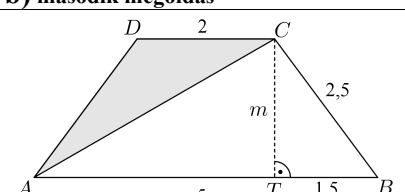
16. b)		
Ha az állítás igaz lenne, akkor a tanulók összesen $5 + 6 + 6 + 7 + 6 + 6 = 36$ pontot szereztek volna.	2 pont	
(A feladat szövege szerint összesen 35 pontot érték el, ezért) az állítás hamis.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

16. c) első megoldás		
A mindhármuk által megoldott feladattal összesen 3 pontot szereztek.	1 pont	
A pontosan kettejük által jól megoldott feladatok száma $(3 - 1 =) 2$, $(2 - 1 =) 1$ és $(1 - 1 =) 0$, melyek összesen 4, 2, illetve 0 pontot érnek.	1 pont	
Az a két feladat, amit csak egy diák oldott meg helyesen, 2 pontot ér,	1 pont	
így összesen $3 + 4 + 2 + 2 = 11$ pontot szereztek.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

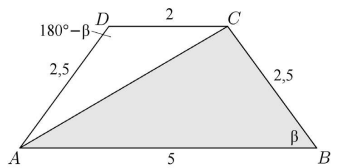
14. b) első megoldás		
 Az ABC háromszögben az AB oldalhoz tartozó magasság ugyanakkora, mint az ACD háromszögben a DC oldalhoz tartozó magasság. BCT háromszögben felírva a Pitagorasz-tételt: $m = \sqrt{2,5^2 - 1,5^2} = 2$ (cm).	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
$T_{ABC} = \frac{5 \cdot 2}{2} = 5$ (cm ²)	1 pont*	
$T_{ACD} = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2$ (cm ²)	1 pont*	
$\frac{T_{ABC}}{T_{ACD}} = \frac{5}{2}$	1 pont	
Összesen:	5 pont	

Megjegyzés: A *-gal jelölt 3 pontot az alábbi gondolatért is megkaphatja a vizsgázó:

Így az ABC és ADC háromszögek területének aránya az AB és a CD oldal hosszának arányával egyenlő.	3 pont	
---	--------	--

14. b) második megoldás		
 A BCT háromszögben felírva a Pitagorasz-tételt: $m = \sqrt{2,5^2 - 1,5^2} = 2$ (cm).	1 pont	
$T_{ABC} = \frac{5 \cdot 2}{2} = 5$ (cm ²)	1 pont	
$T_{ABCD} = \frac{(5+2) \cdot 2}{2} = 7$ (cm ²)	1 pont	
$T_{ACD} = T_{ABCD} - T_{ABC} = 2$ (cm ²)	1 pont	
$\frac{T_{ABC}}{T_{ACD}} = \frac{5}{2}$	1 pont	
Összesen:	5 pont	

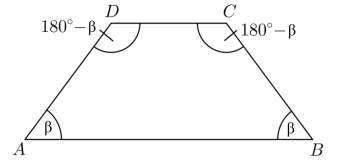
14. b) harmadik megoldás

 A húrtrapéz szemközti szögei 180°-ra egészítik ki egymást.	1 pont	
$T_{ABC} = \frac{5 \cdot 2,5 \cdot \sin \beta}{2}$	1 pont	
$T_{ACD} = \frac{2 \cdot 2,5 \cdot \sin(180^\circ - \beta)}{2} =$	1 pont	
$= \frac{2 \cdot 2,5 \cdot \sin \beta}{2}$	1 pont	
$\frac{T_{ABC}}{T_{ACD}} = \frac{5}{2}$	1 pont	
Összesen:	5 pont	

14. c) első megoldás

Mivel a trapéz belső szögeinek összege 360° , így a négy ív hossza összesen egy 5 mm sugarú kör kerületével egyenlő.	1 pont	
$K = 2 \cdot 5 \cdot \pi =$	1 pont	
$= 10\pi (\approx 31,42) \text{ mm.}$	1 pont	
Összesen:	3 pont	

14. c) második megoldás

 Az 5 mm sugarú körben a β középponti szöghöz tartozó körív hossza $\frac{\beta}{360^\circ} \cdot 2 \cdot 5 \cdot \pi$ (mm).	1 pont	Az ívek hossza összesen: $2 \cdot \frac{\beta}{360^\circ} \cdot 2 \cdot 5 \cdot \pi +$ $+ 2 \cdot \frac{180^\circ - \beta}{360^\circ} \cdot 2 \cdot 5 \cdot \pi =$
Az ívek hossza összesen:	1 pont	$= 2 \cdot \frac{180^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot 5 \cdot \pi =$
$\approx 2 \cdot \frac{53,13^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot 5 \cdot \pi + 2 \cdot \frac{126,87^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot 5 \cdot \pi \approx$	1 pont	$= 10\pi \text{ mm.}$
$\approx (2 \cdot 4,64 + 2 \cdot 11,07) = 31,42 \text{ mm.}$	1 pont	
Összesen:	3 pont	

15. a)

Az I. ajánlatban Péter havi fizetései egy 5000 differenciájú számtani sorozat egymást követő tagjai, ahol a sorozat első tagja 200 000. Az első 48 tag összegét kell kiszámolni.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
$S_{48} = \frac{2 \cdot 200\,000 + 47 \cdot 5000}{2} \cdot 48 =$	1 pont	
$= 15\,240\,000 \text{ (Ft).}$	1 pont	
Az II. ajánlatban Péter havi fizetései egy 1,02 hányadosú mértani sorozat egymást követő tagjai, ahol a sorozat első tagja 200 000. Az első 48 tag összegét kell kiszámolni.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
$S'_{48} = 200\,000 \cdot \frac{1,02^{48} - 1}{1,02 - 1} \approx$	1 pont	
$\approx 15\,870\,700 \text{ (Ft).}$	1 pont	
A II. ajánlatot érdemes választania.	1 pont	
Összesen:	7 pont	

15. b) első megoldás

A 8 óra munkával töltött januári napok számát jelölje x , ekkor a 9 óra munkával eltöltött napok száma:	2 pont	
$22 - (4 + 5 + 3 + x) = 10 - x.$		
Továbbá a feladat szövege alapján	1 pont	
$8 = \frac{4 \cdot 6 + 5 \cdot 7 + x \cdot 8 + (10 - x) \cdot 9 + 3 \cdot 10}{22},$		
amiből $x = 3.$	2 pont	
Péter januárban 3 napon dolgozott 8 órát, és 7 napon dolgozott 9 órát (és ez megfelel a feladat feltételeinek).	1 pont	
Összesen:	6 pont	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó a 11 lehetséges egész értéket ($0 \leq x \leq 10$) kipróbálva helyes következtetésre jut, akkor ezért teljes pontszámot kapjon.

15. b) második megoldás

Péter havi munkaideje ($22 \cdot 8 =$) 176 óra.	1 pont	
Azon a 12 napon, amikor 6, 7 vagy 10 órát dolgozott, összesen ($4 \cdot 6 + 5 \cdot 7 + 3 \cdot 10 =$) 89 órát dolgozott.	1 pont	
Tehát azon a 10 napon, amikor 8 vagy 9 órát dolgozott, összesen ($176 - 89 =$) 87 órát dolgozott.	1 pont	
Ha mind a 10 napon 8 (9) órát dolgozott volna, akkor összesen 80 (90) órát dolgozott volna, ami 7-tel kevesebb (3-mal több), mint 87.	2 pont	
Így Péter januárban 3 napon dolgozott 8 órát, és 7 napon dolgozott 9 órát (és ez megfelel a feladat feltételeinek).	1 pont	
Összesen:	6 pont	