

	a feladat sorszáma	pontszám		
		maximális	elért	összesen
II. A rész	13.	10		
	14.	12		
	15.	14		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
	ÖSSZESEN	70		

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	100	

_____ dátum _____ javító tanár

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

_____ dátum _____ dátum
_____ javító tanár _____ jegyző

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2017. október 17. 8:00

II.

Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2017. október 17.

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

18. Egy matematikaversenyen 25 feladatot kell a résztvevőknek megoldaniuk 75 perc alatt. A felkészülés során Vera azt tervezgeti, hogy mennyi időt töltsön majd a könnyebb feladatok megoldásával, és mennyi időt hagyjon a nehezebbekre. Az első feladatra 1 percet szán. A versenyfeladatok általában egyre nehezedő sorrendben vannak megadva; Vera ezt úgy veszi figyelembe a tervezésnél, hogy a második feladattól kezdve mindig ugyanannyival növeli az egyes feladatok megoldására fordítható időt. Vera a rendelkezésére álló teljes időtartamot szeretné kitölteni a feladatok megoldásával.

a) A terv szerint összesen mennyi időt szán Vera az utolsó 4 feladat megoldására?

A versenyzőknek minden feladat megoldása után öt lehetséges válasz közül kell az egyetlen helyes választ kiválasztaniuk. Egy versenyző pontszámának kiszámítása a $4 \cdot H - R + F$ képlettel történik, ahol H a helyes válaszok, R a rossz válaszok, F pedig a kitűzött feladatok számát jelenti (a kihagyott feladatokra 0 pont jár). Vera a 25 kitűzött feladat közül 3-at hagyott ki, és összesen 93 pontot szerzett.

b) Hány helyes választ adott Vera?

Vera osztályából összesen 11-en indultak a versenyen. Közülük ugyanannyian oldották meg a 24-es, mint a 25-ös feladatot. Sőt, ugyanennyien voltak azok is, akik a két feladat egyikét sem oldották meg. Egy olyan versenyző volt az osztályban, aki a 24-es és a 25-ös feladatot is megoldotta.

c) Hányan voltak az osztályban azok, akik a 24-es feladatot megoldották, de a 25-ös feladatot nem?

a)	7 pont	
b)	5 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

Fontos tudnivalók

- A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
- A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
- A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



- A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
- A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!
- Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszerkesztések is nyomon követhetők legyenek!
- A gondolatmenet kifejtése során a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban feltehető táblázatok helyettesítése ($\sin$, $\cos$, $\lg$, $\log$ és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
- A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
- A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
- A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
- Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
- Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!

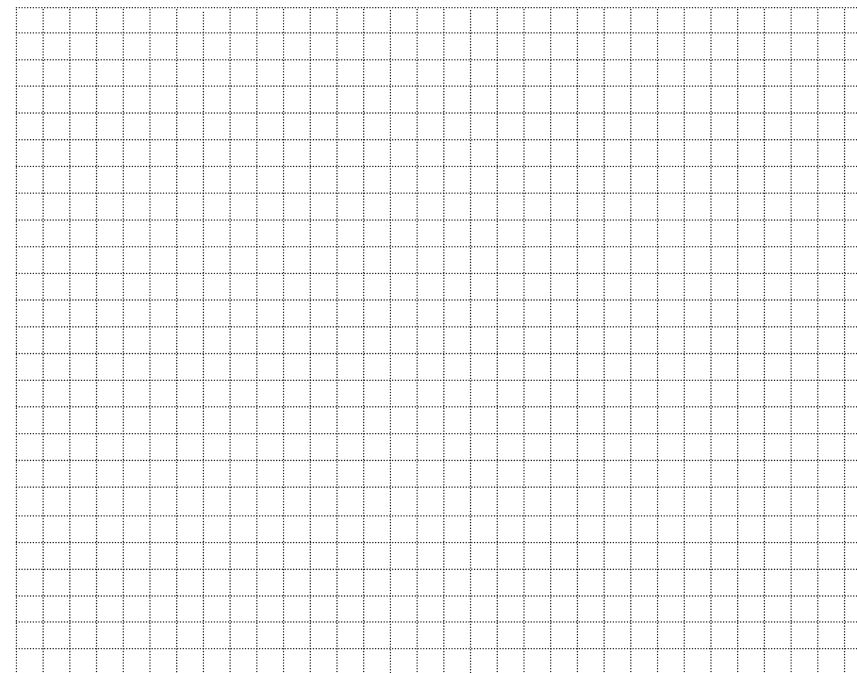
A

13. a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$(2x - 3)^2 = x^2$$

- b) Hány olyan (pozitív) háromjegyű páratlan szám van a tízes számrendszerben, amelynek minden számjegye különböző?

a)	5 pont	
b)	5 pont	
Ö.:	10 pont	



**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 17.** A derékszögű koordináta-rendszerben adott a $4x + y = 17$ egyenletű e egyenes, továbbá az e egyenesre illeszkedő $C(2; 9)$ és $T(4; 1)$ pont. Az A pont az origóban van.

a) Igazolja, hogy az ATC szög derékszög!

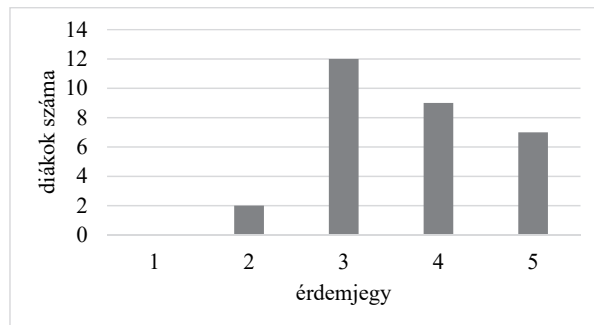
Az A pont e egyenesre vonatkozó tükörképe a B pont.

b) Számítsa ki a B pont koordinátáit!

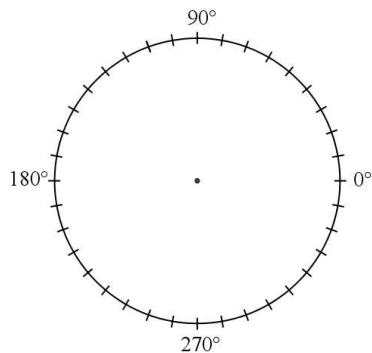
c) Határozza meg az ABC egyenlő szárú háromszög körülírt köre középpontjának koordinátáit!

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	9 pont	
Ö.:	17 pont	

14. Egy 30 fős osztály matematikaérettségi vizsgájának érdemjegyei olvashatók le az alábbi diagramról.



- a) Adja meg az osztály matematikaérettségi érdemjegyeinek átlagát, mediánját és móduszát!
- b) Ábrázolja az érdemjegyek eloszlását kördiagramon!



Az osztály tanulójának matematikaérettségi dolgozatai közül az érettségi elnök véletlenszerűen kiválaszt és megvizsgál kettőt.

- c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy mindkét kiválasztott dolgozat érdemjegye hármas! Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg!

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

B

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 16.** A mobiltelefonok 1990 végén jelentek meg Magyarországon. Az előfizetések száma gyorsan nőtt: 2002 végén már kb. 7 millió, 2008 végén pedig kb. 12 millió előfizetés volt az országban.

a) Hány százalékkal nőtt a mobiltelefon előfizetések száma 2002 végétől 2008 végéig?

1993 és 2001 között az egyes évek végén nyilvántartott mobiltelefon-előfizetések számát – ezer darabban – jó közelítéssel a következő függvény adja meg:

$$f(x) = 51 \cdot 1,667^x, \text{ ahol } x \text{ az 1992 vége óta eltelt évek számát jelöli.}$$

b) A függvény alapján hány mobiltelefon-előfizető lehetett 2000 végén?

A kezdeti időszakban a mobilhálózathoz indított hívások száma is gyors növekedést mutatott. 1991 januárjában Magyarországon körülbelül 350 000 mobilhívást indítottak, majd ettől a hónaptól kezdve minden hónapban megközelítőleg 6,5%-kal nőtt a hívások száma az előző havi hívások számához viszonyítva (egészen 2002-ig).

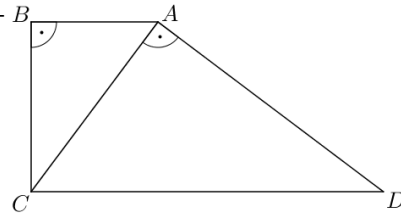
c) Melyik évben volt az a hónap, amelyben az egy havi mobilhívások száma először elérte a 100 milliót?

A mobiltelefonok elterjedése egy idő után a vezetékestelefon-előfizetések és hívások számának csökkenését eredményezte. A vezetékestelefon-hálózathoz indított hívások száma Magyarországon 2000-ben kb. 4200 millió volt, majd ez a szám évről évre kb. 8%-kal csökkent.

d) Hány hívást indítottak vezetékes hálózathoz 2009-ben, és összesen hány vezetékes hívás volt a 2000 elejétől 2009 végéig terjedő tízéves időszakban?

a)	2 pont	
b)	3 pont	
c)	6 pont	
d)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

15. Két derékszögű háromszöget egy-egy oldalukkal egymáshoz illesztettünk az ábrának megfelelően.
Így az $ABCD$ derékszögű trapézt kaptuk.



- a) Igazolja, hogy az ABC és a CAD háromszög hasonló!

Legyen $AB = 9$ cm, $AC = 15$ cm.

- b) Számítsa ki a trapéz AD oldalán fekvő szögeinek nagyságát!
c) Számítsa ki a trapéz területét!

a)	3 pont	
b)	4 pont	
c)	7 pont	
Ö.:	14 pont	