

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2018. május 8.

MATEMATIKA

**KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA**

**JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI
ÚTMUTATÓ**

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

1. Kérjük, hogy a dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal, olvashatóan** javítsa ki.
2. A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerüljön.
3. **Kifogástalan megoldás** esetén kérjük, hogy a maximális pontszám feltüntetése mellett kipipálással jelezze, hogy az adott gondolati egységet látta, és jónak minősítette.
4. Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy **a hiba jelzése** mellett az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra. Ha a dolgozat javítását jobban követhetővé teszi, akkor a vizsgázó által elvesztett részpontszámok jelzése is elfogadható. Ne maradjon olyan részlet a megoldásban, amelyről a javítás után nem nyilvánvaló, hogy helyes, hibás vagy fölösleges.
5. A javítás során **alkalmazza az alábbi jelöléseket**.
 - helyes lépés: *kipipálás*
 - elvi hiba: *kétszeres aláhúzás*
 - számolási hiba vagy más, nem elvi hiba: *egyszeres aláhúzás*
 - rossz kiinduló adattal végzett helyes lépés: *szaggatott vagy áthúzott kipipálás*
 - hiányos indoklás, hiányos felsorolás vagy más hiány: *hiányjel*
 - nem érthető rész: *kérdőjel és/vagy hullámvonal*
6. Az ábrán kívül **ceruzával** írt részeket ne értékelje.

Tartalmi kérdések:

1. Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
2. A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók, hacsak az útmutató másképp nem rendelkezik**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
3. Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
4. **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel – mint kiinduló adattal – helyesen számol tovább a következő gondolati egységekben vagy részkérdésekben, akkor ezekre a részekre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
5. Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **megjegyzés** vagy **mértékegység**, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.

18. a)		
Egy gép egy óra alatt a terület $\frac{1}{8}$ részét kaszálja le.	1 pont	
Ha a munka befejezéséig az első gép x , akkor a második $(x - 3)$ órát dolgozott, így $\frac{1}{8} \cdot x + \frac{1}{8} \cdot (x - 3) = 1$.	1 pont	<i>Az első gép 10 óráig a terület $\frac{3}{8}$ részét kaszálta le.</i>
Ebből $2x - 3 = 8$,	1 pont	<i>10 órától a fennmaradó $\frac{5}{8}$ részből óránként $\frac{2}{8}$ részt kaszál le a két gép.</i>
azaz $x = 5,5$ óra.	1 pont	<i>Vagyis további 2,5 óra alatt végeznek a teljes területtel.</i>
Ellenőrzés a szövegbe helyettesítéssel. (Az első gép 5,5 óra alatt a terület $\frac{11}{16}$ részét, a második gép 2,5 óra alatt a terület $\frac{5}{16}$ részét kaszálja le. $\frac{11}{16} + \frac{5}{16} = 1$, tehát valóban az egész területet lekaszálják.)	1 pont	<i>Ez a pont jár, ha a vizsgázó egyenlet nélkül jól dolgozik.</i>
A gépek a rét kaszálását 12 óra 30 percre fejezik be.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

18. b)		
A henger alapkörének sugara 0,6 m, magassága 1,2 m,	1 pont	
így térfogata $0,6^2 \cdot \pi \cdot 1,2 \approx$	1 pont	
$\approx 1,36 \text{ m}^3$.	1 pont	
Egy szénabála tömege kb. $1,36 \cdot 160$ ($= 217,6 \text{ kg}$),	1 pont	
ami a kért kerekítéssel 220 kg.	1 pont	<i>Ez a pont nem jár, ha a vizsgázó nem kerekít, vagy rosszul kerekít.</i>
Összesen:	5 pont	

18. c)		
A minta átlaga 119 cm,	1 pont	
így az átlag megfelelő.	1 pont	
A minta szórása $\sqrt{\frac{4^2 + 3^2 + 0^2 + 5^2 + 3^2 + 1^2 + 5^2 + 3^2 + 1^2 + 7^2}{10}} \approx$	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó a szórást számológéppel jól számolja ki.</i>
$\approx 3,79$,	1 pont	
ami kisebb, mint 4, így a szórás is megfelelő.	1 pont	
A gép „megfelelt” minősítést kap.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

- Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető**. A javítás során egyértelműen jelezze, hogy melyik változatot értékelte, és melyiket nem.
- A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrésze előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
- Egy feladatra vagy részfeladatra adott összpontszám **nem lehet negatív**.
- Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
- A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el**: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése ($\sin$, $\cos$, $\lg$, $\log$ és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
- Az **ábrák** bizonyító erejű felhasználása (például adatok leolvasása méréssel) nem elfogadható.
- Valószínűségek** megadásánál (ha a feladat szövege másképp nem rendelkezik) a százalékbán megadott helyes válasz is elfogadható.
- Ha egy feladat szövege nem ír elő kerekítési kötelezettséget, akkor az útmutatóban megadottól eltérő, **észszerű és helyes kerekítésekkel** kapott rész- és végeredmény is elfogadható.
- A vizsgafeladatsor II. B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető**. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha a vizsgázó nem jelölte meg, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, és a választás ténye a dolgozatból sem derül ki egyértelműen, akkor a nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti utolsó feladat lesz.

I.

1.		
–2	2 pont	
Összesen:	2 pont	

2.		
6	2 pont	
Összesen:	2 pont	

3.		
$2 \cdot 3^2 (= 18)$	2 pont	
Összesen:	2 pont	

4.		
A: igaz B: hamis C: igaz	2 pont	2 jó válasz esetén 1 pont, 1 jó válasz esetén 0 pont jár.
Összesen:	2 pont	

5.		
3	2 pont	
Összesen:	2 pont	

6. első megoldás		
Az akciós ár az eredetinek $\frac{95\,200}{112\,000} \cdot 100 =$	1 pont	
$= 85\%-a.$	1 pont	
Az akciós ár 15%-kal alacsonyabb az eredeti árnál.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

6. második megoldás		
A kedvezmény $112\,000 - 95\,200 = 16\,800$ (Ft).	1 pont	
Az akciós ár $\frac{16\,800}{112\,000} \cdot 100 =$	1 pont	
$= 15\%-kal$ alacsonyabb az eredeti árnál.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

7.		
$3^{x-4} = 27$	1 pont	
$x - 4 = 3$	1 pont	
$x = 7$	1 pont	
Összesen:	3 pont	

17. b) második megoldás

Három esetet különböztethetünk meg aszerint, hogy a két feladat közül melyikben kell egyenesek metszés-pontját meghatározni.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
Annak valószínűsége, hogy mindkét kiválasztott feladat megoldásához tudni kell ezt: $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7}$.	1 pont	
Annak valószínűsége, hogy csak az elsőnek választott feladat ilyen: $\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7}$,	1 pont	
hogy csak a második ilyen: $\frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7}$.	1 pont	
A keresett valószínűség ezek összege,	1 pont	
azaz $\frac{36}{56} = \frac{9}{14} (\approx 0,64).$	1 pont	
Összesen:	6 pont	

17. b) harmadik megoldás

Először a komplementer esemény (egyik kiválasztott feladatban sem kell metszéspontot számolni) valószínűségét határozzuk meg.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
Annak valószínűsége, hogy az először választott feladat megoldásához nem kell tudni egyenesek metszéspontját meghatározni: $\frac{5}{8}$.	1 pont	
Annak valószínűsége, hogy a másodjára választott feladat is ilyen: $\frac{4}{7}$.	1 pont	
A komplementer esemény valószínűsége tehát $\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7}$.	1 pont	
A keresett valószínűség $1 - \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} =$	1 pont	
$= \frac{9}{14} (\approx 0,64).$	1 pont	
Összesen:	6 pont	

17. c)

Az A pont tükörképe az e egyenesre $A'(11; 36)$.	2 pont	
Az $A'B$ egyenes egyik normálvektora $\mathbf{n}(25; -20)$ (egyik irányvektora $\mathbf{v}(20; 25)$, meredeksége 1,25).	2 pont	$\mathbf{n}(5; -4)$ vagy $\mathbf{v}(4; 5)$
Az $A'B$ egyenes egyenlete: $25x - 20y = -445$.	1 pont	$5x - 4y = -89$
Az E pont első koordinátája $x = 3$.	1 pont	
Ezt behelyettesítve az $A'B$ egyenes egyenletébe: $25 \cdot 3 - 20y = -445$,	1 pont	$5 \cdot 3 - 4y = -89$
amiből az E pont második koordinátája $y = 26$.	1 pont	
Összesen:	8 pont	

17. b) első megoldás		
Eszer a nyolc feladatból kettőt $\binom{8}{2} (= 28)$ -féleképpen választhat ki (összes eset).	1 pont	
Ha a kiválasztott feladatok közül legalább az egyik megoldásához tudni kell egyenesek metszéspontját meghatározni, akkor vagy mindkettő, vagy csak az egyik ilyen.	1 pont*	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
Ha mindkettő ilyen, akkor ezek $\binom{3}{2} (= 3)$ -féleképpen választhatók ki.	1 pont*	
Ha csak az egyik ilyen, akkor ez $\binom{3}{1} \cdot \binom{5}{1} (= 15)$ esetben lehetséges.	1 pont*	
A kedvező esetek száma $3 + 15 = 18$.	1 pont*	
A keresett valószínűség $\frac{18}{28} (\approx 0,64)$.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

A *-gal jelölt 4 pont az alábbi gondolatmenet esetén is jár:

A kedvező esetek számát megkapjuk, ha az összes eset számából levonjuk a kedvezőtlen esetek számát (amikor egyik kiválasztott feladatban sem kell metszéspontot számolni).	2 pont	<i>Ez a 2 pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
A kedvezőtlen esetek száma $\binom{5}{2} = 10$.	1 pont	
A kedvező esetek száma $28 - 10 = 18$.	1 pont	

8.		
$\left(\frac{a^2b + ab^2}{a + b} = ab \right) 4$	2 pont	
Összesen:	2 pont	

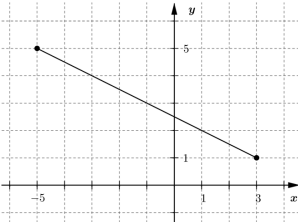
Megjegyzés: Ha a vizsgázó válaszában nem a kifejezés pontos helyettesítési értékét adja meg, akkor legfeljebb 1 pontot kaphat.

9.		
331 224 Ft	2 pont	
Összesen:	2 pont	

Megjegyzés: Nem egész forintra kerekített érték vagy a 331 225 Ft is elfogadható válaszként.

10. első megoldás		
$\log_2 32 = 5$	1 pont	
$x = 8^5 = 32\,768$	1 pont	
Tehát igaz, hogy $x > 32\,000$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

10. második megoldás		
$\log_8 32\,000 \approx 4,99$	1 pont	
$\log_2 32 = 5$	1 pont	
(Mivel a $\log_8 x$ függvény szigorúan monoton növekvő) tehát igaz, hogy $x > 32\,000$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

11.		
A felrajzolt függvény értelmezési tartománya $[-5; 3]$,	1 pont	Például: 
értékkészlete $[1; 5]$,	1 pont	
és a függvény szigorúan monoton csökkenő.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó felcseréli az értelmezési tartományt az értékkészlettel, akkor legfeljebb 2 pontot kaphat. Ha a vizsgázó nyílt vagy félig nyílt intervallumon ábrázolja a függvényt, akkor ezért összesen 1 pontot veszítsen.

12.		
A két dobás után $6^2 = 36$ -féle kétjegyű számot kaphatunk (összes eset száma).	1 pont	
A lehetséges kimenetek között 7-tel osztható a 14, a 21, a 35, a 42, az 56 és a 63, így a kedvező esetek száma 6.	1 pont	
A kérdéses valószínűség $\frac{6}{6^2} = \frac{1}{6}$.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

II. A

13. a)		
A zárójelet felbontva: $\frac{1-2x-2}{5} + \frac{18-x}{11} = -2$.	1 pont	
A közös nevezővel mindkét oldalt megszorozva: $-11 - 22x + 90 - 5x = -110$.	1 pont	
Rendezve: $-27x = -189$.	1 pont	
Ebből $x = 7$.	1 pont	
Ellenőrzés behelyettesítéssel vagy ekvivalens átalakításokra való hivatkozással.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

13. b)		
Az egyenlet mindkét oldalát négyzetre emelve: $7 - x = x^2 + 10x + 25$.	2 pont	
Rendezve: $x^2 + 11x + 18 = 0$.	1 pont	
$x = -2$ vagy $x = -9$.	2 pont	
Behelyettesítés alapján a -2 gyöke az egyenletnek, a -9 nem gyöke.	1 pont*	
Összesen:	7 pont	

Megjegyzés: A *-gal jelölt 2 pont akkor is jár, ha a vizsgázó megállapítja, hogy az egyenlet gyökei csak a $[-5; 7]$ halmaz elemei lehetnek, és hivatkozik arra, hogy a négyzetre emelés ezen a halmazon ekvivalens átalakítás, így a -2 gyöke, a -9 pedig nem gyöke az egyenletnek.

16. e) első megoldás		
A $-5t^2 + 15t$ polinomot teljes négyzetté alakítjuk: $-5(t^2 - 3t) =$	1 pont	
$= -5(t - 1,5)^2 + 11,25$.	2 pont	
(A h függvénynek a $t = 1,5$ helyen maximuma van, ennek értéke 11,25), tehát a labda 11,25 méter magasan volt pályájának legmagasabb pontján.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

16. e) második megoldás		
A $t \mapsto at^2 + bt + c$ ($a \neq 0$) másodfokú függvény a $t = -\frac{b}{2a}$ helyen veszi fel a szélsőértékét.	1 pont	<i>Az adott függvény képe egy „lefelé nyíló” parabola. A függvény maximuma a zérushelyei számtani közepénél van.</i>
A h függvény maximumának értéke a $t = -\frac{15}{2 \cdot (-5)} = 1,5$ helyen	1 pont	$\frac{0+3}{2} = 1,5$
$h(1,5) = 11,25$.	1 pont	
Tehát a labda 11,25 méter magasan volt pályájának legmagasabb pontján.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

17. a)		
Azt az öt kérdést, amire jól válaszolunk (illetve azt az egyet, amire rosszul) 6-féleképpen lehet kiválasztani. (Ezeknél a válaszok csak egyfélék lehetnek.)	1 pont	
A rosszul megválaszolt kérdésre kétféle választ adhatunk.	1 pont	
A megfelelő kitöltési lehetőségek száma $6 \cdot 2 = 12$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

16. a) második megoldás		
Mivel a B és E jelű játékos mindenkivel játszott, így az A, C és D jelű játékos csak velük játszhatta le két-két mérkőzését.	1 pont	
Ezért az F jelű játékos is csak B-vel és E-vel játszhatott, így két mérkőzést játszott le.	1 pont	
Tehát nem lehetséges, hogy F három mérkőzést játszott.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

16. b)		
A mérkőzés kezdetén a 11 játékos magasságának összege $186 \cdot 11 = 2046$ (cm).	1 pont	<i>A beálló játékos</i> $((188 - 186) \cdot 11 =) 2 \cdot 11 =$
Csere után a játékosok magasságának összege $188 \cdot 11 = 2068$ (cm) lett.	1 pont	
A beálló játékos $2068 - 2046 =$	1 pont	
$= 22$ cm-rel magasabb lecsérélt társánál.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

16. c)		
$h(1) = -5 \cdot 1^2 + 15 \cdot 1 = 10$ méter magasan volt a labda az elrúgás után 1 másodperccel.	2 pont	
Összesen:	2 pont	

16. d)		
(A labda elrúgásának pillanata a $t = 0$ (s), ezért) a függvény pozitív zérushelye adja meg a kért időtartamot.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
A $-5t^2 + 15t = 0$ egyenlet megoldása ($t_1 = 0$ és) $t_2 = 3$.	2 pont	
Tehát 3 másodpercig volt a labda a levegőben.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

14. a)		
A kilencven szám között 15 olyan szám van, amely osztható 6-tal,	1 pont	
és 10 olyan, amely osztható 9-cel.	1 pont	
5 olyan szám van a kilencven szám közül, amely 6-tal és 9-cel is (vagyis 18-cal) osztható (ezeket a 6-tal és a 9-cel oszthatók között is megszámoltuk).	2 pont	
Áron $90 - 15 - 10 + 5 = 70$ szám közül választhat.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

Megjegyzés: Az a 70 szám (fehér háttérrel), amelyek közül választhat Áron:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90

14. b) első megoldás		
86 olyan szám van, ami a feltételnek megfelel.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
A kedvező esetek száma $\binom{86}{5} (= 34\,826\,302)$.	1 pont	
Az összes eset száma $\binom{90}{5} (= 43\,949\,268)$.	1 pont	
A kérdéses valószínűség $\frac{34\,826\,302}{43\,949\,268} \approx$	1 pont	
$\approx 0,79$.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

14. b) második megoldás		
86 olyan szám van, ami a feltételnek megfelel.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
Annak a valószínűsége, hogy az első kihúzott szám megfelel Panni kívánságának: $\frac{86}{90}$.	1 pont	
Annak valószínűsége, hogy a második, harmadik, negyedik, ötödik szám is megfelel, rendre $\frac{85}{89}, \frac{84}{88}, \frac{83}{87}, \frac{82}{86}$.	1 pont	
A kérdéses valószínűség ezek szorzata,	1 pont	
azaz kb. 0,79.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó visszatevéses mintavétellel oldja meg a feladatot, akkor legfeljebb 3 pontot kaphat.

15. a)		
(A hatszöget egy háromszögre és egy téglalapra bontjuk fel.)		
	1 pont	
Az ABC háromszögben felírva a koszinusztételt: $AC^2 = 3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cos 120^\circ$.	1 pont	$AC = 2 \cdot 3 \cdot \sin 60^\circ$
Innen $AC = \sqrt{27} (\approx 5,2 \text{ cm})$,	1 pont	
így $CD = 10 - \sqrt{27} (\approx 4,8 \text{ cm})$.	1 pont	
A hatszög kerülete: $K = 2 \cdot 6 + 10 + 2 \cdot 3 + (10 - \sqrt{27}) =$	1 pont	
$= 38 - \sqrt{27} (\approx 32,8) \text{ cm}$.	1 pont	
A háromszög területe: $\frac{3 \cdot 3 \cdot \sin 120^\circ}{2} \approx$	1 pont	Az ABC háromszög területe egy 3 cm oldalú szabályos háromszög területével egyenlő: $\frac{3^2 \sqrt{3}}{4} \approx$
$\approx 3,9 (\text{cm}^2)$.	1 pont	
A téglalap területe $60 (\text{cm}^2)$,	1 pont	
így a hatszög területe kb. $63,9 \text{ cm}^2$.	1 pont	
Összesen:	10 pont	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó egyik válaszában sem használ mértékegységet, akkor ezért összesen 1 pontot veszítsen.

15. b)		
	1 pont	Ez a pont a kérdéses szög helyes azonosításáért jár.
A Pitagorasz-tétel alapján $AC = \sqrt{63^2 + 16^2} = 65 (\text{cm})$.	1 pont	A téglalap testátlója $EC = \sqrt{63^2 + 16^2 + 72^2} = 97 (\text{cm})$.
A kérdéses szöget α -val jelölve $\text{tg } \alpha = \frac{72}{65} (\approx 1,108)$.	1 pont	$\sin \alpha = \frac{72}{97} (\approx 0,742)$
Ebből $\alpha \approx 47,9^\circ$.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

II. B

16. a) első megoldás		
Ha összeadjuk az egyes játékosok által lejátszott mérkőzések számát, akkor (minden mérkőzést kétszer számolunk, vagyis) az összegnek páros számnak kell lennie.	1 pont	
Ha az F jelű játékos 3 lánitenisz meccset játszott volna, akkor az egyes játékosok által lejátszott mérkőzések számának összege 19 lenne.	1 pont	
A 19 páratlan szám, tehát nem lehetséges, hogy F három mérkőzést játszott.	1 pont	
Összesen:	3 pont	