

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2018. május 8.

MATEMATIKA

**KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA**

**JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI
ÚTMUTATÓ**

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

- Kérjük, hogy a dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal, olvashatóan** javítsa ki.
- A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerüljön.
- Kifogástalan megoldás** esetén kérjük, hogy a maximális pontszám feltüntetése mellett kipipálással jelezze, hogy az adott gondolati egységet látta, és jónak minősítette.
- Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy **a hiba jelzése** mellett az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra. Ha a dolgozat javítását jobban követhetővé teszi, akkor a vizsgázó által elvesztett részpontszámok jelzése is elfogadható. Ne maradjon olyan részlet a megoldásban, amelyről a javítás után nem nyilvánvaló, hogy helyes, hibás vagy fölösleges.
- A javítás során **alkalmazza az alábbi jelöléseket**.
 - helyes lépés: *kipipálás*
 - elvi hiba: *kétszeres aláhúzás*
 - számolási hiba vagy más, nem elvi hiba: *egyszeres aláhúzás*
 - rossz kiinduló adattal végzett helyes lépés: *szaggatott vagy áthúzott kipipálás*
 - hiányos indoklás, hiányos felsorolás vagy más hiány: *hiányjel*
 - nem érthető rész: *kérdőjel és/vagy hullámvonal*
- Az ábrán kívül **ceruzával** írt részeket ne értékelje.

Tartalmi kérdések:

- Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
- A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók, ha csak az útmutató másképp nem rendelkezik**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
- Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
- Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel – mint kiinduló adattal – helyesen számol tovább a következő gondolati egységekben vagy részkérdésekben, akkor ezekre a részekre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
- Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **megjegyzés** vagy **mértékegység**, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.

18. b) első megoldás		
Készítsünk Venn-diagramot. Mivel mobiltelefont mind a 30-an használnak, ezért az $\overline{M}$ halmaz üres.	2 pont	
Jelölje x a mindhárom eszközt használók számát. Ekkor csak mobiltelefont és laptopot $24 - x$, csak mobiltelefont és táblagépet $16 - x$ fő használ.	2 pont	
Mivel pontosan kétféle eszközt 14-en használnak, ezért $(24 - x) + (16 - x) = 14$.	2 pont	
Innen $x = 13$ fő használ háromféle eszközt.	1 pont	
Ellenőrzés a szöveg alapján: csak mobiltelefont és laptopot 11, csak mobiltelefont és táblagépet 3, csak mobiltelefont 3 fő használ, minden feltétel teljesül.	1 pont	Ez a pont jár egy megfelelően kitöltött Venn-diagramért is.
Összesen:	8 pont	

18. b) második megoldás		
Mivel mobiltelefont 30-an használnak internetezésre, így olyan diák nincs az osztályban, aki egy eszközt sem használ.	1 pont	Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.
A diákok által használt eszköztípusok számának összege $30 + 24 + 16 = 70$.	1 pont*	
Ha háromféle eszközt x fő használ, akkor pontosan egyféle eszközt $30 - 14 - x = 16 - x$ fő.	2 pont*	
$(16 - x) \cdot 1 + 14 \cdot 2 + x \cdot 3 = 70$	1 pont*	
$44 + 2x = 70$	1 pont	
$x = 13$ fő használ háromféle eszközt.	1 pont	
Ellenőrzés a szöveg alapján: 3 fő használ egyféle eszközt, így $3 \cdot 1 + 14 \cdot 2 + 13 \cdot 3 = 70$.	1 pont	
Összesen:	8 pont	

Megjegyzés: A *-gal jelölt 4 pont jár, ha a vizsgázó a logikai szita formula alapján, a pontosan háromféle eszközt használók számát x -szel jelölve felírja a következő egyenletet:
 $30 + 24 + 16 - (14 + 3x) + x = 30$.

18. c)		
0,97 annak a valószínűsége, hogy egy eszköz 2 éven belül nem hibásodik meg.	1 pont	Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.
Annak a valószínűsége, hogy a 20 eszközből egy sem hibásodik meg: $0,97^{20} \approx 0,544$.	1 pont	
Annak a valószínűsége, hogy pontosan 1 eszköz hibásodik meg: $\binom{20}{1} \cdot 0,97^{19} \cdot 0,03 \approx$	2 pont	
$\approx 0,336$.	1 pont	
A kérdéses valószínűség ezek összege, azaz 0,880.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

17. c) első megoldás		
Andrea 6-féleképpen választhatja ki azt az ízt, amiből 2 gombócot kér, ezután a másik ízt 5-féleképpen.	1 pont	Kétféle ízt a hatból $\binom{6}{2} =$
Ez $6 \cdot 5 = 30$ lehetőség.	1 pont	$= 15$ -féleképpen választ-hatunk ki.
A sorrendet figyelembe véve bármelyik két íz esetén Andrea 3-féleképpen kérheti a fagyaltját (a-a-b, a-b-a, b-a-a).	2 pont	Két adott íznek 6-féle sorrendje van. (a-a-b, a-b-a, b-a-a, b-b-a, b-a-b, a-b-b)
Összesen $30 \cdot 3 = 90$ -féleképpen kérheti a fagyaltot.	1 pont	Összesen $15 \cdot 6 = 90$ -féleképpen kérheti a fagyaltot.
Összesen:	5 pont	

17. c) második megoldás		
Az első két gombóc 6 esetben lehet egyforma.	1 pont	
Mindegyik esetben 5-féle lehet a harmadik gombóc, ami $6 \cdot 5 = 30$ lehetőség.	1 pont	
Az első két gombóc $6 \cdot 5$ esetben lehet különböző.	1 pont	
Mindegyik esetben 2-féle lehet a harmadik gombóc, ami $6 \cdot 5 \cdot 2 = 60$ lehetőség.	1 pont	
Összesen $30 + 60 = 90$ -féleképpen kérheti a fagyaltot.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

18. a)		
Egy diáknak $360^\circ : 30 = 12^\circ$ -os középponti szög felel meg.	1 pont	
2-3 órát 11 diák, 3 óránál többet 7 diák használja az internetet naponta.	1 pont	Legalább két órát $(360^\circ - 144^\circ) : 12^\circ =$
Összesen 18 olyan diák van az osztályban, aki naponta legalább két órát internetezik.	1 pont	$= 18$ diák internetezik.
Összesen:	3 pont	

- Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető**. A javítás során egyértelműen jelezze, hogy melyik változatot értékelte, és melyiket nem.
- A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrésze előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
- Egy feladatra vagy részfeladatra adott összpontszám **nem lehet negatív**.
- Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
- A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el**: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
- Az **ábrák** bizonyító erejű felhasználása (például adatok leolvasása méréssel) nem elfogadható.
- Valószínűségek** megadásánál (ha a feladat szövege másképp nem rendelkezik) a százalékból megadott helyes válasz is elfogadható.
- Ha egy feladat szövege nem ír elő kerekítési kötelezettséget, akkor az útmutatóban megadottól eltérő, **észszerű és helyes kerekítésekkel** kapott rész- és végeredmény is elfogadható.
- A vizsgafeladatsor II. B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető**. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha a vizsgázó nem jelölte meg, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, és a választás ténye a dolgozatból sem derül ki egyértelműen, akkor a nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti utolsó feladat lesz.

I.

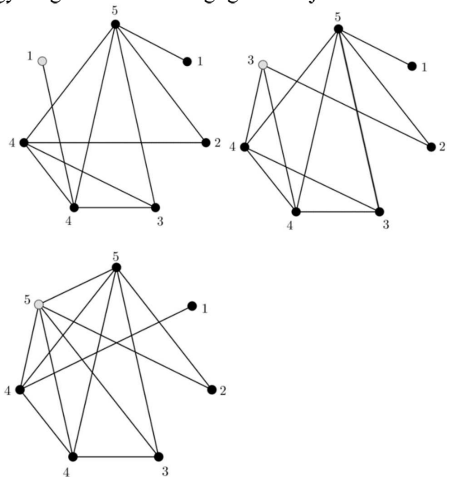
1.		
28	2 pont	
Összesen:	2 pont	

2.		
{2}, {2; 3}	2 pont	
Összesen:	2 pont	

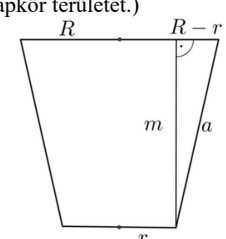
Megjegyzés: Egy jó válasz, vagy két jó és egy rossz válasz esetén 1 pont, minden más esetben (pl. egy jó és egy rossz válasz esetén) 0 pont jár.

3.		
csütörtök	2 pont	
Összesen:	2 pont	

4.		
Az akvárium mérete: $1\text{ m} \times 0,5\text{ m} \times 0,5\text{ m}$,	1 pont	$V = 250\,000\text{ cm}^3$
térfogata $V = 1 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,25\text{ m}^3$.	1 pont	$1\text{ m}^3 = 1\,000\,000\text{ cm}^3$
Ennyi víz ($220 \cdot 0,25 =$) 55 Ft-ba kerül.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

5.		
Egy megfelelő ismeretségi gráf felrajzolása. Például:		
	2 pont	
G ismerősei számának megadása a felrajzott ábra alapján.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

17. a)		
A csonkakúp alakú tölcser alapkörének sugara 3,5 cm, illetve 2 cm.	1 pont	Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.
$V = \frac{8 \cdot \pi \cdot (3,5^2 + 3,5 \cdot 2 + 2^2)}{3} \approx$	1 pont	
$\approx 195\text{ (cm}^3\text{)}$	1 pont	
Összesen:	3 pont	

17. b)		
(Ki kell számolni a csonkakúp palástjának területét és a kisebbik alapkör területét.)		
	1 pont	Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó ábra nélkül helyesen számol.
A tölcser alkotója Pitagorasz-tétellel: $a = \sqrt{1,5^2 + 8^2} \approx 8,14\text{ (cm)}$.	1 pont	
$T_{\text{palást}} \approx 8,14 \cdot \pi \cdot (3,5 + 2) = 140,6\text{ (cm}^2\text{)}$	1 pont	
$T_{\text{alapkör}} = 2^2 \pi \approx 12,6\text{ (cm}^2\text{)}$	1 pont	
$1000\text{ tölcser esetében } 1000 \cdot (140,6 + 12,6) \approx$	1 pont	
$\approx 153\,200\text{ cm}^2$ felületet kell bevonni,	1 pont	
ami $15,32\text{ m}^2$ -nek felel meg.	1 pont	
Ehhez $15,32 : 0,7 \approx$	1 pont	
$\approx 22\text{ kg}$ csokoládé szükséges.	1 pont	Ez a pont nem jár, ha a vizsgázó nem kerekít, vagy rosszul kerekít.
Összesen:	9 pont	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó a csonkakúp teljes felszínével vagy csak a palást területével számol, akkor legfeljebb 7 pontot kaphat.

16. d) első megoldás		
Anna egyedül 1 óra alatt a lánc $\frac{1}{6}$ részét, Balázs pedig a lánc $\frac{1}{9}$ részét építené meg.	1 pont	Anna egyedül 1 óra alatt 300 dominót, Balázs pedig 200 dominót állít fel.
Ketten együtt dolgozva 1 óra alatt a dominók $\frac{1}{6} + \frac{1}{9} = \frac{5}{18}$ részét állítják fel.	2 pont	Ketten együtt dolgozva 1 óra alatt összesen 500 dominót állítanak fel.
Anna és Balázs együtt dolgozva $\left(\frac{18}{5}\right)$ 3,6 óra alatt végeznek.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

16. d) második megoldás		
(Anna egyedül 1 óra alatt a lánc $\frac{1}{6}$ részét, Balázs pedig a lánc $\frac{1}{9}$ részét építené meg.) Ha ketten együtt dolgozva x óra alatt készülnek el a dominók felállításával, akkor $\frac{x}{6} + \frac{x}{9} = 1$.	2 pont	
Ebből $x = \frac{18}{5}$, azaz Anna és Balázs együtt dolgozva 3,6 óra alatt végeznek.	1 pont	
Ellenőrzés a szöveg alapján: Anna 1080, Balázs 720, ketten együtt 1800 dominót állítanak fel ennyi idő alatt.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

16. d) harmadik megoldás		
Anna egyedül 18 órányi munkával három ilyen dominóláncot tud megépíteni, Balázs pedig kettőt.	2 pont	
Ha együtt dolgoznak 18 órán át, akkor együtt öt ilyen dominóláncot építenek meg.	1 pont	
Anna és Balázs együtt dolgozva $\left(\frac{18}{5}\right)$ 3,6 óra alatt végeznek.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

6.		
$x = 1,5$	2 pont	
Összesen:	2 pont	

Megjegyzés: Az $x = \log_4 8$ megállapításért 1 pont jár.

7.		
[0; 3]	2 pont	Más helyes jelölés is elfogadható.
Összesen:	2 pont	

8.		
3, 4, 5, 5, 5, 5	2 pont	
Összesen:	2 pont	

9.		
B	2 pont	Nem bontható.
Összesen:	2 pont	

10.		
A módusz: 6.	1 pont	
A medián: 5.	2 pont	
A terjedelem: 4.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó megoldásából egyértelműen kiderül, hogy a módusz és a medián meghatározásánál csak a két fogalom elnevezését keveri össze, akkor ezért 2 pontot veszítsen.

11.		
$150^\circ \left(= \frac{5\pi}{6} \right)$	2 pont	
Összesen:	2 pont	

12.		
$\begin{cases} a_1 q = 5 \\ a_1 q^4 = 40 \end{cases}$	1 pont	A mértani sorozat definíciója alapján: $q^3 = \left(\frac{40}{5}\right) = 8$
$q^3 = 8$	1 pont	
$q = 2$	1 pont	
$a_1 = \left(\frac{a_2}{q}\right) = 2,5$	1 pont	
Összesen:	4 pont	

II. A

13. a) első megoldás		
(Jelölje a szendvics árát forintban x , a víz árát pedig y .) A szöveg alapján: $\begin{cases} 2x + 2y = 740 \\ 3x + y = 890 \end{cases}$	1 pont	
A második egyenletből kifejezve y -t: $y = 890 - 3x$, ezt behelyettesítve az első egyenletbe: $2x + 2 \cdot (890 - 3x) = 740$. $-4x = -1040$ Ebből $x = 260$, majd $y = 110$.	3 pont	A második egyenlet mindkét oldalát megszorozva 2-vel: $\begin{cases} 2x + 2y = 740 \\ 6x + 2y = 1780 \end{cases}$ A második egyenletből kivonva az első: $4x = 1040$. $x = 260, y = 110$
Egy szendvics ára 260 Ft, egy ásványvíz ára 110 Ft.	1 pont*	
Ellenőrzés a szöveg alapján: Két szendvics és két víz ára 740 Ft, három szendvics és egy víz ára pedig valóban 890 Ft.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

Megjegyzés: A *-gal jelölt pont akkor is jár, ha a vizsgázó a változók jelentését (mértékegységgel együtt) az egyenletrendszer felírásakor egyértelműen azonosította.

13. a) második megoldás		
Ha két szendvics és két víz ára 740 Ft, akkor egy szendvics és egy víz ára $(740 : 2 =)$ 370 Ft.	2 pont	
Tudjuk, hogy három szendvics és egy víz 890 Ft-ba kerül, így két szendvics ára $(890 - 370 =)$ 520 Ft.	2 pont	
Egy szendvics $(520 : 2 =)$ 260 Ft-ba kerül.	1 pont	
Egy ásványvíz $(370 - 260 =)$ 110 Ft-ba kerül.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

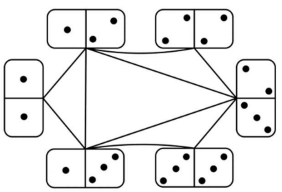
Megjegyzés: Ha a vizsgázó egyik válaszában sem ad meg mértékegységet, akkor ezért összesen 1 pontot veszítsen.

13. b) első megoldás		
(A négyzetgyökfüggvény értelmezési tartománya miatt) $x \geq -5$, (értékkészlete miatt pedig) $x \leq 1$.	1 pont	Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó behelyettesítéssel mindkét gyököt ellenőrizi.
Négyzetre emelve az egyenlet mindkét oldalát: $1 - 2x + x^2 = x + 5$	1 pont	
Rendezve: $x^2 - 3x - 4 = 0$	1 pont	
$x_1 = 4, x_2 = -1$	1 pont	

II. B

16. a)		
Azoknak a dominóknak a számát kell meghatározni, amelyeken az egyik részen 1,	1 pont	Ezek a pontok járnak a megfelelő dominók helyes felsorolásáért is.
a másik részen pedig 2, 3 vagy 5 pötty van.	2 pont	
Összesen tehát három ilyen dominó van a készletben.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó az 1-et prímszámnak tekinti, akkor ezért 1 pontot veszítsen.

16. b)		
A hat megrajzolt dominó: 1-1, 2-1, 3-1, 2-2, 3-2 és 3-3.	2 pont	
A hat dominó megfelel az összekötési feltételnek.	2 pont	
Összesen:	4 pont	

16. c)		
A megmaradó 27 dominóból azok a dominók a kedvezők, amelyeknek valamelyik felén 2 vagy 6 pötty van,	1 pont	Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.
ezek: 2-0, 2-1, 2-2, 2-3, 2-4, 2-5; valamint 6-0, 6-1, 6-3, 6-4, 6-5, 6-6.	2 pont	
Ez összesen 12 dominó (kedvező esetek száma).	1 pont	
A kérdéses valószínűség így $\frac{12}{27}$.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

15. a)		
$a_{16} - a_4 = 12d = -6$	1 pont	$\begin{cases} a_1 + 3d = 4 \\ a_1 + 15d = -2 \end{cases}$
$d = -0,5$	1 pont	
$a_1 = a_4 - 3d = 5,5$	1 pont	
$S_{120} = \frac{2 \cdot 5,5 + 119 \cdot (-0,5)}{2} \cdot 120 =$	1 pont	
$= -2910$	1 pont	
Összesen:	5 pont	

15. b)		
Az AB szakasz felezőpontja:		
$F_{AB} = \left(\frac{0+2}{2}; \frac{4+3}{2} \right) = (1; 3,5)$	2 pont	
A felezőmerőleges egyik normálvektora $\mathbf{n}(2; -1)$.	1 pont	
Az egyenes egyenlete: $2x - y = -1,5$.	2 pont	
Összesen:	5 pont	

15. c) első megoldás		
A függvény grafikonja egyenes, melynek meredeksége $\left(\frac{3-4}{2-0} \right) = -0,5$.	2 pont	Egy koordináta-rendszerben a két megadott pont helyes ábrázolásáért 1 pont jár.
Az y tengelymetszet 4.	1 pont	
A hozzárendelési szabály: $x \mapsto -0,5x + 4$.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

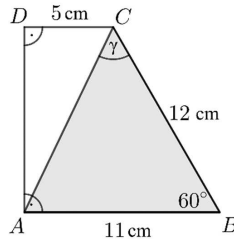
15. c) második megoldás		
A hozzárendelési szabály legyen $x \mapsto mx + b$.	1 pont	Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.
$4 = m \cdot 0 + b$ -ből $b = 4$.	1 pont	
$3 = m \cdot 2 + 4$ -ből $m = -0,5$.	1 pont	
A hozzárendelési szabály: $x \mapsto -0,5x + 4$.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

15. c) harmadik megoldás		
A $(0; 4)$ és $(2; 3)$ pontokon átmenő egyenes egyik irányvektora (egyik normálvektora): $\mathbf{v} = (2; -1)$ ($\mathbf{n} = (1; 2)$).	2 pont	Ezek a pontok járnak, ha a vizsgáló a két adott ponton átmenő egyenes egyenletét képlet alapján jól írja fel.
Az egyenes egyenlete: $x + 2y = 8$.	1 pont	
A hozzárendelési szabály: $x \mapsto -0,5x + 4$.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

Ellenőrzés behelyettesítéssel: $x_1 = 4$ nem megoldása az egyenletnek; $x_2 = -1$ megoldása az egyenletnek.	1 pont	$A [-5; 1]$ intervallumon ekvivalens átalakításokat végeztünk, így $x_1 = 4$ nem megoldása az egyenletnek; $x_2 = -1$ megoldása az egyenletnek.
Összesen:	5 pont	

13. b) második megoldás		
Az $x \mapsto \sqrt{x+5}$ függvény ábrázolása.	2 pont	
Az $x \mapsto 1-x$ függvény ábrázolása ugyanabban a koordináta-rendszerben.	1 pont	
(A grafikonok közös pontjának első koordinátáját leolvassva:) $x = -1$.	1 pont	
Ellenőrzés behelyettesítéssel.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

14. a)		
Húzzuk be a CT magasságot! $TB (= 11 - 5) = 6$ cm	1 pont	
(A BCT derékszögű háromszögben) $\cos \beta = \frac{6}{12} (= 0,5)$	1 pont	A $BCT\Delta$ egy szabályos háromszög „fele”,
Így $\beta = 60^\circ$ valóban.	1 pont	Így a kérdéses szög valóban 60° -os.
(BCT háromszögben Pitagorasz-tétellel:) $CT = \sqrt{144 - 36} = \sqrt{108} \approx 10,39$ cm)	2 pont	$\sin 60^\circ = \frac{CT}{12}$, ahonnan $CT \approx 10,39$ (cm)
A trapéz területe $T = \frac{(11+5) \cdot \sqrt{108}}{2} \approx$	1 pont	Az $ATCD$ téglalap és a BCT háromszög területének összege: $T = 5 \cdot \sqrt{108} + \frac{6 \cdot \sqrt{108}}{2} =$
$\approx 83,1$ cm ² .	1 pont	$= 8 \cdot \sqrt{108}$ cm ² .
Összesen:	7 pont	

14. b) első megoldás

(Az ABC háromszögben koszinusztétellel:)
 $AC^2 = 11^2 + 12^2 - 2 \cdot 11 \cdot 12 \cdot \cos 60^\circ = 133$.

(Az ABC háromszögben szinusztétellel:)

$$\frac{\sin \gamma}{\sin 60^\circ} = \frac{11}{\sqrt{133}}.$$

$$\sin \gamma \approx 0,8260$$

(Mivel γ nem a legnagyobb oldallal szemközti szög, így csak hegyesszög lehet.) $\gamma \approx 55,7^\circ$

Összesen: 4 pont

1 pont

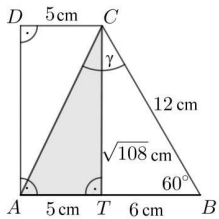
1 pont

1 pont

1 pont

14. b) második megoldás

(Felhasználva az a) feladatban kiszámított BT és CT szakaszok hosszát.)



(ATC háromszögben Pitagorasz-tétellel:)

$$AC^2 = 5^2 + (\sqrt{108})^2 = 133.$$

(Az ABC háromszögben koszinusztétellel:)

$$11^2 = 12^2 + 133 - 2 \cdot 12 \cdot \sqrt{133} \cdot \cos \gamma.$$

$$\cos \gamma \approx 0,5636$$

$$\gamma \approx 55,7^\circ$$

Összesen: 4 pont

1 pont

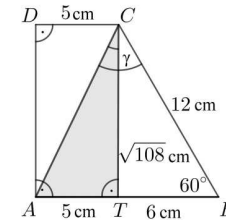
1 pont

1 pont

1 pont

14. b) harmadik megoldás

(Felhasználva az a) feladatban kiszámított BT és CT szakaszok hosszát.)



$$\operatorname{tg} ACT \angle = \frac{5}{\sqrt{108}} (\approx 0,4811)$$

$$ACT \angle \approx 25,7^\circ$$

$$TCB \angle = 30^\circ$$

$$ACB \angle \approx 30^\circ + 25,7^\circ = 55,7^\circ$$

Összesen: 4 pont

1 pont

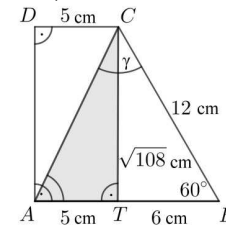
1 pont

1 pont

1 pont

14. b) negyedik megoldás

(Felhasználva az a) feladatban kiszámított BT és CT szakaszok hosszát.)



$$\operatorname{tg} CAT \angle = \frac{\sqrt{108}}{5} (\approx 2,0785)$$

$$CAT \angle \approx 64,3^\circ$$

Az ABC háromszög belső szögeinek összege 180° ,

így $ACB \angle \approx 180^\circ - 60^\circ - 64,3^\circ = 55,7^\circ$.

Összesen: 4 pont

1 pont

1 pont

1 pont

1 pont

Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.