ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2018. május 8.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

1. Kérjük, hogy a dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal, olvashatóan** javítsa ki.
2. A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerüljön.
3. **Kifogástalan megoldás** esetén kérjük, hogy a maximális pontszám feltüntetése mellett kipipálással jelezze, hogy az adott gondolati egységet látta, és jónak minősítette.
4. Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy **a hiba jelzése** mellett az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra. Ha a dolgozat javítását jobban követhetővé teszi, akkor a vizsgázó által elvesztett részpontszámok jelzése is elfogadható. Ne maradjon olyan részlet a megoldásban, amelyről a javítás után nem nyilvánvaló, hogy helyes, hibás vagy fölösleges.
5. A javítás során **alkalmazza az alábbi jelöléseket.**
   - helyes lépés: *kipipálás*
   - elvi hiba: *kétszeres aláhúzás*
   - számolási hiba vagy más, nem elvi hiba: *egyszeres aláhúzás*
   - rossz kiinduló adattal végzett helyes lépés: *szaggatott* vagy *áthúzott kipipálás*
   - hiányos indoklás, hiányos felsorolás vagy más hiány: *hiányjel*
   - nem érthető rész: *kérdőjel* és/vagy *hullámvonal*
6. Az ábrán kívül **ceruzával** írt részeket ne értékelje.

Tartalmi kérések:

1. Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
2. A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók, hacsak az útmutató másképp nem rendelkezik**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
3. Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
4. **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel – mint kiinduló adattal – helyesen számol tovább a következő gondolati egységekben vagy részkérdésekben, akkor ezekre a részekre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
5. Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **megjegyzés** vagy **mértékegység,** akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.

6. Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető**. A javítás során egyértelműen jelezze, hogy melyik változatot értékelte, és melyiket nem.
7. A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont**) nem adható**.
8. Egy feladatra vagy részfeladatra adott összpontszám **nem lehet negatív**.
9. Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
10. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
11. Az **ábrák** bizonyító erejű felhasználása (például adatok leolvasása méréssel) nem elfogadható.
12. **Valószínűségek** megadásánál (ha a feladat szövege másképp nem rendelkezik) a százalékban megadott helyes válasz is elfogadható.
13. Ha egy feladat szövege nem ír elő kerekítési kötelezettséget, akkor az útmutatóban megadottól eltérő, **észszerű és helyes kerekítésekkel** kapott rész- és végeredmény is elfogadható.
14. **A vizsgafeladatsor II. B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető.** A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha a vizsgázó nem jelölte meg, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, és a választás ténye a dolgozatból sem derül ki egyértelműen, akkor a nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti utolsó feladat lesz.

I.

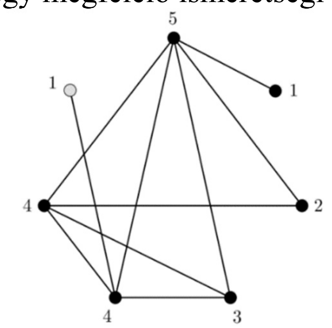
1.		
28	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

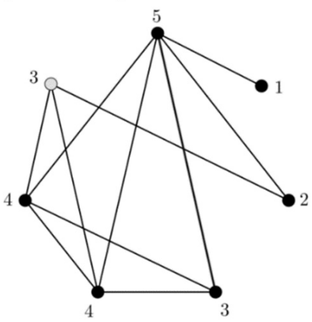
2.		
{2}, {2; 3}	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

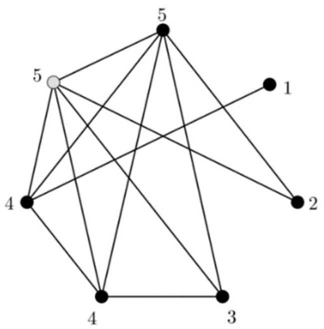
Megjegyzés: Egy jó válasz, vagy két jó és egy rossz válasz esetén 1 pont, minden más esetben (pl. egy jó és egy rossz válasz esetén) 0 pont jár.

3.		
csütörtök	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

4.		
Az akvárium mérete: 1 m × 0,5 m × 0,5 m,	1 pont	V = 250 000 cm^3
térfogata $V = 1 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25$ m^3.	1 pont	1 m^3 = 1 000 000 cm^3
Ennyi víz (220 · 0,25 =) 55 Ft-ba kerül.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

<table>
<tr><td colspan="3">5.</td></tr>
<tr><td>Egy megfelelő ismeretségi gráf felrajzolása. Például:






</td><td>2 pont</td><td></td></tr>
<tr><td>G ismerősei számának megadása a felrajzolt ábra alapján.</td><td>1 pont</td><td></td></tr>
<tr><td>Összesen:</td><td>3 pont</td><td></td></tr>
</table>

6.		
$x = 1{,}5$	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

Megjegyzés: Az $x = \log_4 8$ *megállapításért 1 pont jár.*

7.		
[0; 3]	2 pont	*Más helyes jelölés is elfogadható.*
Összesen:	**2 pont**	

8.		
3, 4, 5, 5, 5, 5	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

9.		
B	2 pont	*Nem bontható.*
Összesen:	**2 pont**	

10.		
A módusz: 6.	1 pont	
A medián: 5.	2 pont	
A terjedelem: 4.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó megoldásából egyértelműen kiderül, hogy a módusz és a medián meghatározásánál csak a két fogalom elnevezését keveri össze, akkor ezért 2 pontot veszítsen.

11.		
$150^\circ \left(= \frac{5\pi}{6}\right)$	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

12.		
$\begin{cases} a_1 q = 5 \\ a_1 q^4 = 40 \end{cases}$	1 pont	*A mértani sorozat definíciója alapján:* $q^3 = \left(\frac{40}{5} = \right) 8$
$q^3 = 8$	1 pont	
$q = 2$	1 pont	
$a_1 = \left(\frac{a_2}{q} = \right) 2{,}5$	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

II. A

13. a) első megoldás		
(Jelölje a szendvics árát forintban x, a víz árát pedig y.) A szöveg alapján: $\begin{cases} 2x+2y=740 \\ 3x+y=890 \end{cases}$	1 pont	
A második egyenletből kifejezve y-t: $y = 890 - 3x$, ezt behelyettesítve az első egyenletbe: $2x + 2 \cdot (890 - 3x) = 740$. $-4x = -1040$ Ebből $x = 260$, majd $y = 110$.	3 pont	*A második egyenlet mindkét oldalát megszorozva 2-vel:* $\begin{cases} 2x+2y=740 \\ 6x+2y=1780 \end{cases}$ *A második egyenletből kivonva az elsőt:* $4x = 1040$. $x = 260$, $y = 110$
Egy szendvics ára 260 Ft, egy ásványvíz ára 110 Ft.	1 pont*	
Ellenőrzés a szöveg alapján: Két szendvics és két víz ára 740 Ft, három szendvics és egy víz ára pedig valóban 890 Ft.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

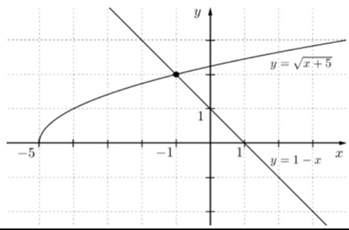
*Megjegyzés: A *-gal jelölt pont akkor is jár, ha a vizsgázó a változók jelentését (mértékegységgel együtt) az egyenletrendszer felírásakor egyértelműen azonosította.*

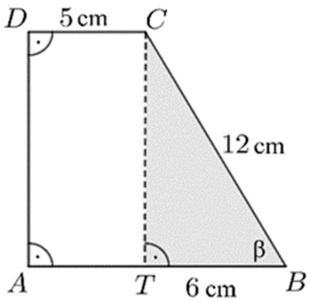
13. a) második megoldás		
Ha két szendvics és két víz ára 740 Ft, akkor egy szendvics és egy víz ára $(740 : 2 =)$ 370 Ft.	2 pont	
Tudjuk, hogy három szendvics és egy víz 890 Ft-ba kerül, így két szendvics ára $(890 - 370 =)$ 520 Ft.	2 pont	
Egy szendvics $(520 : 2 =)$ 260 Ft-ba kerül.	1 pont	
Egy ásványvíz $(370 - 260 =)$ 110 Ft-ba kerül.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

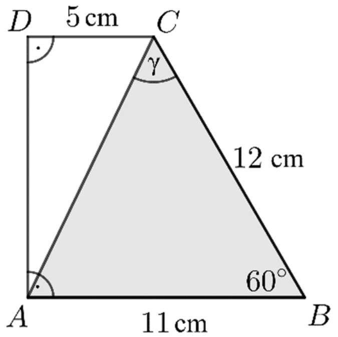
Megjegyzés: Ha a vizsgázó egyik válaszában sem ad meg mértékegységet, akkor ezért összesen 1 pontot veszítsen.

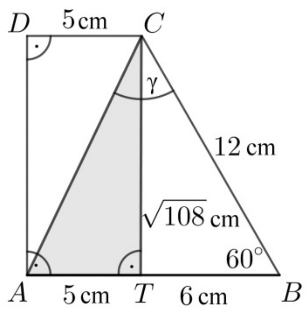
13. b) első megoldás		
(A négyzetgyökfüggvény értelmezési tartománya miatt) $x \geq -5$, (értékkészlete miatt pedig) $x \leq 1$.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó behelyettesítéssel mindkét gyököt ellenőrzi.*
Négyzetre emelve az egyenlet mindkét oldalát: $1-2x+x^2=x+5$	1 pont	
Rendezve: $x^2-3x-4=0$	1 pont	
$x_1=4$, $x_2=-1$	1 pont	

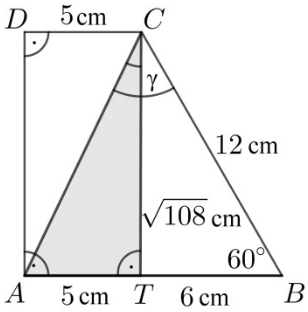
Ellenőrzés behelyettesítéssel: $x_1 = 4$ nem megoldása az egyenletnek; $x_2 = -1$ megoldása az egyenletnek.	1 pont	*A* [–5; 1] *intervallumon ekvivalens átalakításokat végeztünk, így* $x_1 = 4$ *nem megoldása az egyenletnek;* $x_2 = -1$ *megoldása az egyenletnek.*
Összesen:	**5 pont**	

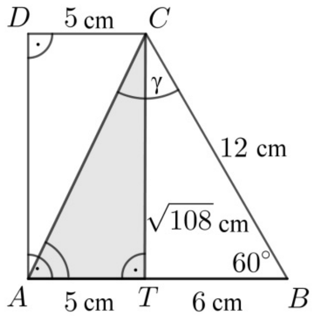
13. b) második megoldás		
Az $x \mapsto \sqrt{x+5}$ függvény ábrázolása.	2 pont	
Az $x \mapsto 1-x$ függvény ábrázolása ugyanabban a koordináta-rendszerben.	1 pont	
(A grafikonok közös pontjának első koordinátáját leolvasva:) $x = -1$.	1 pont	
Ellenőrzés behelyettesítéssel.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

14. a)		
 Húzzuk be a *CT* magasságot! *TB* (= 11 – 5) = 6 cm	1 pont	
(A *BCT* derékszögű háromszögben) $\cos\beta = \frac{6}{12} (= 0{,}5)$	1 pont	*A BCT△ egy szabályos háromszög „fele”,*
Így β = 60º valóban.	1 pont	*így a kérdéses szög valóban 60°-os.*
(*BCT* háromszögben Pitagorasz-tétellel:) $CT = \sqrt{144-36} = \sqrt{108}$ (≈ 10,39 cm)	2 pont	$\sin 60° = \frac{CT}{12}$, *ahonnan CT* ≈ 10,39 (cm)
A trapéz területe $T = \frac{(11+5)\cdot\sqrt{108}}{2} \approx$	1 pont	*Az ATCD téglalap és a BCT háromszög területének összege:* $T = 5\cdot\sqrt{108} + \frac{6\cdot\sqrt{108}}{2} =$
≈ 83,1 cm^2.	1 pont	$= 8\cdot\sqrt{108}$ cm^2.
Összesen:	**7 pont**	

14. b) **első megoldás**		
 (Az *ABC* háromszögben koszinusztétellel:) $AC^2 = 11^2 + 12^2 - 2 \cdot 11 \cdot 12 \cdot \cos 60° = 133$.	1 pont	
(Az *ABC* háromszögben szinusztétellel:) $\frac{\sin\gamma}{\sin 60°} = \frac{11}{\sqrt{133}}$.	1 pont	
$\sin\gamma \approx 0{,}8260$	1 pont	
(Mivel γ nem a legnagyobb oldallal szemközti szög, így csak hegyesszög lehet.) $\gamma \approx 55{,}7°$	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

14. b) **második megoldás**		
(Felhasználva az a) feladatban kiszámított *BT* és *CT* szakaszok hosszát.)  (*ATC* háromszögben Pitagorasz-tétellel:) $AC^2 = 5^2 + (\sqrt{108})^2 = 133$.	1 pont	
(Az *ABC* háromszögben koszinusztétellel:) $11^2 = 12^2 + 133 - 2 \cdot 12 \cdot \sqrt{133} \cdot \cos\gamma$.	1 pont	
$\cos\gamma \approx 0{,}5636$	1 pont	
$\gamma \approx 55{,}7°$	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

14. b) **harmadik megoldás**		
(Felhasználva az a) feladatban kiszámított BT és CT szakaszok hosszát.)  $\text{tg}\, ACT\angle = \frac{5}{\sqrt{108}}$ $(\approx 0{,}4811)$	1 pont	
$ACT\angle \approx 25{,}7^\circ$	1 pont	
$TCB\angle = 30^\circ$	1 pont	
$ACB\angle \approx 30^\circ + 25{,}7^\circ = 55{,}7^\circ$	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

14. b) **negyedik megoldás**		
(Felhasználva az a) feladatban kiszámított BT és CT szakaszok hosszát.)  $\text{tg}\, CAT\angle = \frac{\sqrt{108}}{5}$ $(\approx 2{,}0785)$	1 pont	
$CAT\angle \approx 64{,}3^\circ$	1 pont	
Az ABC háromszög belső szögeinek összege 180º,	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
így $ACB\angle \approx 180^\circ - 60^\circ - 64{,}3^\circ = 55{,}7^\circ$.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

15. a)		
$a_{16} - a_4 = 12d = -6$	1 pont	$\begin{cases} a_1 + 3d = 4 \\ a_1 + 15d = -2 \end{cases}$
$d = -0{,}5$	1 pont	
$a_1 = a_4 - 3d = 5{,}5$	1 pont	
$S_{120} = \dfrac{2 \cdot 5{,}5 + 119 \cdot (-0{,}5)}{2} \cdot 120 =$	1 pont	
$= -2910$	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

15. b)		
Az AB szakasz felezőpontja: $F_{AB} = \left(\dfrac{0+2}{2}; \dfrac{4+3}{2}\right) = (1;\ 3{,}5)$	2 pont	
A felezőmerőleges egyik normálvektora **n**(2; –1).	1 pont	
Az egyenes egyenlete: $2x - y = -1{,}5$.	2 pont	
Összesen:	**5 pont**	

15. c) **első megoldás**		
A függvény grafikonja egyenes, melynek meredeksége $\left(\dfrac{3-4}{2-0} =\right)$ $-0{,}5$.	2 pont	*Egy koordináta-rendszerben a két megadott pont helyes ábrázolásáért 1 pont jár.*
Az y tengelymetszet 4.	1 pont	
A hozzárendelési szabály: $x \mapsto -0{,}5x + 4$.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

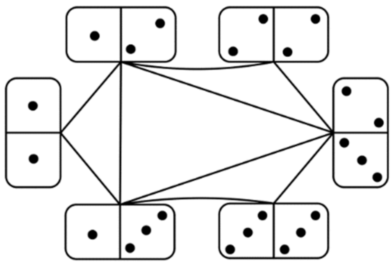
15. c) **második megoldás**		
A hozzárendelési szabály legyen $x \mapsto mx + b$.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
$4 = m \cdot 0 + b$-ből $b = 4$.	1 pont	
$3 = m \cdot 2 + 4$-ből $m = -0{,}5$.	1 pont	
A hozzárendelési szabály: $x \mapsto -0{,}5x + 4$.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

15. c) **harmadik megoldás**		
A (0; 4) és (2; 3) pontokon átmenő egyenes egyik irányvektora (egyik normálvektora): **v** = (2; –1) (**n** = (1; 2)).	2 pont	*Ezek a pontok járnak, ha a vizsgázó a két adott ponton átmenő egyenes egyenletét képlet alapján jól írja fel.*
Az egyenes egyenlete: $x + 2y = 8$.	1 pont	
A hozzárendelési szabály: $x \mapsto -0{,}5x + 4$.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

II. B

16. a)		
Azoknak a dominóknak a számát kell meghatározni, amelyeken az egyik részen 1,	1 pont	*Ezek a pontok járnak a megfelelő dominók helyes felsorolásáért is.*
a másik részen pedig 2, 3 vagy 5 pötty van.	2 pont	
Összesen tehát három ilyen dominó van a készletben.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó az 1*-et prímszámnak tekinti, akkor ezért 1 pontot veszítsen.*

16. b)		
A hat megrajzolt dominó: 1-1, 2-1, 3-1, 2-2, 3-2 és 3-3.	2 pont	
A hat dominó megfelel az összekötési feltételnek.	2 pont	
Összesen:	**4 pont**	

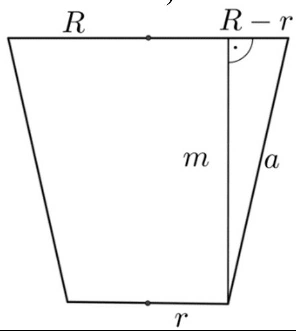
16. c)		
A megmaradó 27 dominóból azok a dominók a kedvezők, amelyeknek valamelyik felén 2 vagy 6 pötty van,	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
ezek: 2-0, 2-1, 2-2, 2-3, 2-4, 2-5; valamint 6-0, 6-1, 6-3, 6-4, 6-5, 6-6.	2 pont	
Ez összesen 12 dominó (kedvező esetek száma).	1 pont	
A kérdéses valószínűség így $\frac{12}{27}$.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

16. d) **első megoldás**		
Anna egyedül 1 óra alatt a lánc $\frac{1}{6}$ részét, Balázs pedig a lánc $\frac{1}{9}$ részét építené meg.	1 pont	*Anna egyedül* 1 *óra alatt* 300 *dominót, Balázs pedig* 200 *dominót állít fel.*
Ketten együtt dolgozva 1 óra alatt a dominók $\frac{1}{6}+\frac{1}{9}=\frac{5}{18}$ részét állítják fel.	2 pont	*Ketten együtt dolgozva* 1 *óra alatt összesen* 500 *dominót állítanak fel.*
Anna és Balázs együtt dolgozva $\left(\frac{18}{5}=\right)3{,}6$ óra alatt végeznek.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

16. d) **második megoldás**		
(Anna egyedül 1 óra alatt a lánc $\frac{1}{6}$ részét, Balázs pedig a lánc $\frac{1}{9}$ részét építené meg.) Ha ketten együtt dolgozva x óra alatt készülnek el a dominók felállításával, akkor $\frac{x}{6}+\frac{x}{9}=1$.	2 pont	
Ebből $x=\frac{18}{5}$, azaz Anna és Balázs együtt dolgozva 3,6 óra alatt végeznek.	1 pont	
Ellenőrzés a szöveg alapján: Anna 1080, Balázs 720, ketten együtt 1800 dominót állítanak fel ennyi idő alatt.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

16. d) **harmadik megoldás**		
Anna egyedül 18 órányi munkával három ilyen dominóláncot tud megépíteni, Balázs pedig kettőt.	2 pont	
Ha együtt dolgoznak 18 órán át, akkor együtt öt ilyen dominóláncot építenek meg.	1 pont	
Anna és Balázs együtt dolgozva $\left(\frac{18}{5}=\right)3{,}6$ óra alatt végeznek.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

17. a)		
A csonkakúp alakú tölcsér alapköreinek sugara 3,5 cm, illetve 2 cm.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
$V = \dfrac{8\cdot\pi\cdot(3{,}5^2+3{,}5\cdot 2+2^2)}{3} \approx$	1 pont	
≈ 195 (cm^3)	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

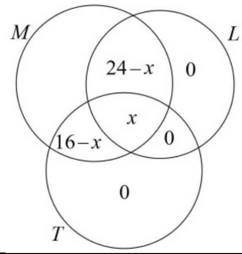
17. b)		
(Ki kell számolni a csonkakúp palástjának területét és a kisebbik alapkör területét.)  	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó ábra nélkül helyesen számol.*
A tölcsér alkotója Pitagorasz-tétellel: $a=\sqrt{1{,}5^2+8^2}\approx 8{,}14$ (cm).	1 pont	
$T_{\text{palást}} \approx 8{,}14\cdot\pi\cdot(3{,}5+2)=140{,}6$ (cm^2)	1 pont	
$T_{\text{alapkör}} = 2^2\pi \approx 12{,}6$ (cm^2)	1 pont	
1000 tölcsér esetében $1000\cdot(140{,}6+12{,}6)\approx$	1 pont	
$\approx 153\,200$ cm^2 felületet kell bevonni,	1 pont	
ami 15,32 m^2-nek felel meg.	1 pont	
Ehhez $15{,}32:0{,}7\approx$	1 pont	
≈ 22 kg csokoládé szükséges.	1 pont	*Ez a pont nem jár, ha a vizsgázó nem kerekít, vagy rosszul kerekít.*
Összesen:	**9 pont**	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó a csonkakúp teljes felszínével vagy csak a palást területével számol, akkor legfeljebb 7 pontot kaphat.

17. c) **első megoldás**		
Andrea 6-féleképpen választhatja ki azt az ízt, amiből 2 gombócot kér, ezután a másik ízt 5-féleképpen.	1 pont	*Kétféle ízt a hatból* $\binom{6}{2}=$
Ez $6\cdot 5 = 30$ lehetőség.	1 pont	$= 15$-*féleképpen választhatunk ki.*
A sorrendet figyelembe véve bármelyik két íz esetén Andrea 3-féleképpen kérheti a fagylaltját (a-a-b, a-b-a, b-a-a).	2 pont	*Két adott íznek* 6-*féle sorrendje van. (a-a-b, a-b-a, b-a-a, b-b-a, b-a-b, a-b-b)*
Összesen $30\cdot 3 = 90$-féleképpen kérheti a fagylaltot.	1 pont	*Összesen* $15\cdot 6 = 90$-*féleképpen kérheti a fagylaltot.*
Összesen:	**5 pont**	

17. c) **második megoldás**		
Az első két gombóc 6 esetben lehet egyforma.	1 pont	
Mindegyik esetben 5-féle lehet a harmadik gombóc, ami $6\cdot 5 = 30$ lehetőség.	1 pont	
Az első két gombóc $6\cdot 5$ esetben lehet különböző.	1 pont	
Mindegyik esetben 2-féle lehet a harmadik gombóc, ami $6\cdot 5\cdot 2 = 60$ lehetőség.	1 pont	
Összesen $30 + 60 = 90$-féleképpen kérheti a fagylaltot.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

18. a)		
Egy diáknak $360^\circ : 30 = 12^\circ$-os középponti szög felel meg.	1 pont	
2-3 órát 11 diák, 3 óránál többet 7 diák használja az internetet naponta.	1 pont	*Legalább két órát* $(360^\circ - 144^\circ) : 12^\circ =$
Összesen 18 olyan diák van az osztályban, aki naponta legalább két órát internetezik.	1 pont	$= 18$ *diák internetezik.*
Összesen:	**3 pont**	

18. b) **első megoldás**		
Készítsünk Venn-diagramot. Mivel mobiltelefont mind a 30-an használnak, ezért az $\overline{M}$ halmaz üres.	2 pont	
Jelölje x a mindhárom eszközt használók számát. Ekkor csak mobiltelefont és laptopot $24 - x$, csak mobiltelefont és táblagépet $16 - x$ fő használ.	2 pont	
Mivel pontosan kétféle eszközt 14-en használnak, ezért $(24 - x) + (16 - x) = 14$.	2 pont	
Innen $x = 13$ fő használ háromféle eszközt.	1 pont	
Ellenőrzés a szöveg alapján: csak mobiltelefont és laptopot 11, csak mobiltelefont és táblagépet 3, csak mobiltelefont 3 fő használ, minden feltétel teljesül.	1 pont	*Ez a pont jár egy megfelelően kitöltött Venn-diagramért is.*
Összesen:	**8 pont**	

18. b) **második megoldás**		
Mivel mobiltelefont 30-an használnak internetezésre, így olyan diák nincs az osztályban, aki egy eszközt sem használ.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
A diákok által használt eszköztípusok számának összege $30 + 24 + 16 = 70$.	1 pont*	
Ha háromféle eszközt x fő használ, akkor pontosan egyféle eszközt $30 - 14 - x = 16 - x$ fő.	2 pont*	
$(16 - x) \cdot 1 + 14 \cdot 2 + x \cdot 3 = 70$	1 pont*	
$44 + 2x = 70$	1 pont	
$x = 13$ fő használ háromféle eszközt.	1 pont	
Ellenőrzés a szöveg alapján: 3 fő használ egyféle eszközt, így $3 \cdot 1 + 14 \cdot 2 + 13 \cdot 3 = 70$.	1 pont	
Összesen:	**8 pont**	

*Megjegyzés: A *-gal jelölt 4 pont jár, ha a vizsgázó a logikai szita formula alapján, a pontosan háromféle eszközt használók számát x-szel jelölve felírja a következő egyenletet:*
$30 + 24 + 16 - (14 + 3x) + x = 30$.

18. c)		
0,97 annak a valószínűsége, hogy egy eszköz 2 éven belül nem hibásodik meg.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
Annak a valószínűsége, hogy a 20 eszközből egy sem hibásodik meg: $0{,}97^{20} \approx 0{,}544$.	1 pont	
Annak a valószínűsége, hogy pontosan 1 eszköz hibásodik meg: $\binom{20}{1} \cdot 0{,}97^{19} \cdot 0{,}03 \approx$	2 pont	
$\approx 0{,}336$.	1 pont	
A kérdéses valószínűség ezek összege, azaz 0,880.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	