ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2018. október 16.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2018. október 16. 8:00

I.

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.

2. A megoldások sorrendje tetszőleges.

3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!

4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja,** a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!

5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!

7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon**!

1. Egy 25 fős osztály minden tanulója tesz érettségi vizsgát angol nyelvből vagy informatikából. 21 tanuló választotta az angol nyelvet, 8 diák választotta az informatikát.
Hány olyan tanuló van, aki angolból érettségizik, de informatikából nem?

ilyen tanuló van.	2 pont	

2. Mennyi annak a valószínűsége, hogy két szabályos pénzérmét egyszerre feldobva mindkét dobás fej lesz?

A valószínűség:	2 pont	

3. Hét csapat körmérkőzést játszik, azaz minden csapat minden másik csapattal egyszer mérkőzik meg. Eddig összesen 9 mérkőzést játszottak le. Hány mérkőzés van hátra?

	2 pont	

4. Hol metszi a koordinátatengelyeket az $x \mapsto -2x+6$ ($x \in \mathbf{R}$) függvény grafikonja?

Az x tengelyt:	1 pont	
Az y tengelyt:	1 pont	

5. Határozza meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

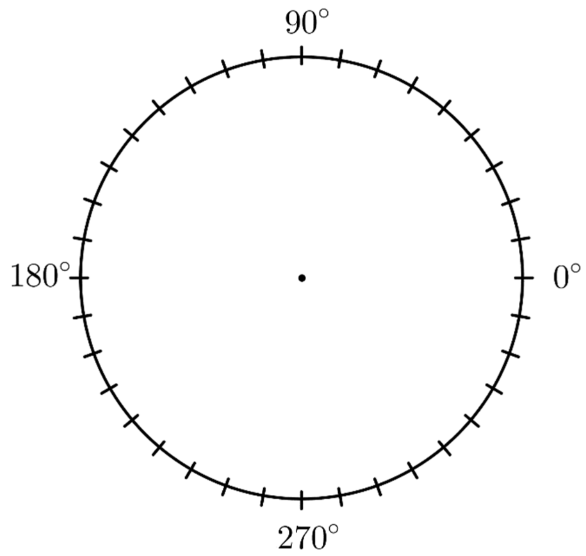
A) Van olyan ötpontú gráf, amelyben a csúcsok fokszáma 0; 1; 2; 4; 2.

B) Van olyan téglalap, amely deltoid.

C) A $\frac{4,17}{3}$ racionális szám.

A) B) C)	2 pont	

6. Egy cukrászdában nyitáskor háromféle sütemény várja a vendégeket: 32 szelet rétes, 100 szelet torta és 12 minyon.
Ábrázolja kördiagramon a cukrászda nyitó süteménykészletének eloszlását!
Megoldását részletezze!



4 pont	

7. Legyen az A halmaz a $[-7; 8]$ zárt intervallum, a B halmaz a $[2; 12]$ zárt intervallum. Határozza meg az $A \cap B$ halmazt!

$A \cap B =$	2 pont	

8. „*Minden egér szereti a sajtot.*”
Válassza ki az alábbiak közül annak az állításnak a betűjelét, amelyik tagadása a fenti kijelentésnek!

A) Minden egér szereti a diót.

B) Egyik egér sem szereti a sajtot.

C) Van olyan egér, amelyik nem szereti a sajtot.

D) Van olyan egér, amelyik szereti a sajtot.

	2 pont	

9. Határozza meg a valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto 3 + \sin x$ függvény értékkészletét!

	2 pont	

10. A 32 lapos magyar kártyában négy szín (piros, zöld, tök, makk), és minden színből nyolcféle lap van (VII, VIII, IX, X, alsó, felső, király, ász).
Hányféleképpen tudunk a 32 kártyából egyszerre 3 lapot kihúzni úgy, hogy a piros ász köztük legyen?

	2 pont	

11. Egy számtani sorozat negyedik tagja 8, ötödik tagja 11.
Számítsa ki a sorozat első tíz tagjának összegét! Megoldását részletezze!

	3 pont	
	1 pont	

12. Egy desszertes dobozban hat darab csoki van, melyek tömege grammban mérve:

15; 14,7; 15,3; 14,9; 15,2; 14,9.

Hány gramm a csokik tömegének terjedelme, átlaga és szórása?

Terjedelem: gramm	1 pont	
Átlag: gramm	1 pont	
Szórás: gramm	2 pont	

		pontszám	
		maximális	elért
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	2	
	3. feladat	2	
	4. feladat	2	
	5. feladat	2	
	6. feladat	4	
	7. feladat	2	
	8. feladat	2	
	9. feladat	2	
	10. feladat	2	
	11. feladat	4	
	12. feladat	4	
	ÖSSZESEN	**30**	

dátum javító tanár

	pontszáma **egész számra** kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		

dátum dátum

javító tanár jegyző

Megjegyzések:
1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2018. október 16.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2018. október 16. 8:00

II.

Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.

   $\square$

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

13. **a)** Egy tört számlálója 119-cel kisebb a nevezőjénél. A tört egyszerűsített alakja $\frac{4}{11}$.
Határozza meg ezt a törtet!

b) A $\frac{100}{n}$ tört nevezőjében az n helyére véletlenszerűen beírunk egy 100-nál nem nagyobb pozitív egész számot. Mekkora annak a valószínűsége, hogy az így kapott tört értéke egész szám lesz?

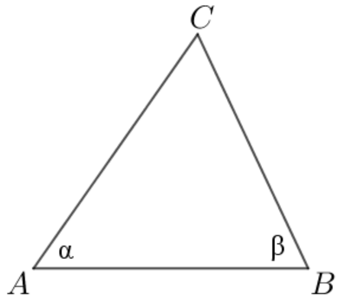
a)	5 pont	
b)	5 pont	
Ö.:	10 pont	

14. Adott a derékszögű koordináta-rendszerben a $P(-2; 3)$ és a $K(3; 15)$ pont.

a) Tükrözzük a P pontot a K pontra. Számítsa ki az így kapott P' pont koordinátáit!

Az ABC háromszög szögeinek nagysága: $\alpha = 55°$, $\beta = 65°$. A háromszög A, illetve B csúcsához tartozó magasságvonalainak metszéspontját jelölje M. Az M pontot az AB oldal egyenesére tükrözve az M' pontot kapjuk.

b) Határozza meg az $AM'BC$ négyszög belső szögeinek nagyságát!



a)	4 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	12 pont	

15. **a)** Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$\frac{x}{x+2}=\frac{8}{(x+2)(x-2)}$$

b) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$\frac{x}{x+2}<0$$

c) Határozza meg a valós számokon értelmezett $f(x)=x^2-6x+5$ függvény minimumának helyét és értékét!

a)	6 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	14 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

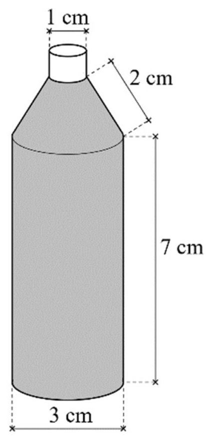
16. Az edzésen megsérült Cili térde, ezért megműtötték. A műtét utáni naptól kezdve rendszeres napi sétát írt elő neki a gyógytornász. Cili az első nap csak 20 métert sétált, majd minden nap 15 százalékkal nagyobb távot tett meg, mint az előző napon.

a) Egyik nap séta közben ezt mondta Cili: „A mai napon már 1000 métert sétáltam!" Hányadik napon mondhatta ezt először?

Cili – hogy segítse szervezete regenerálódását – vitamincseppeket szed. Naponta 2×25 csepp az adagja. Körülbelül 20 csepp folyadék térfogata 1 milliliter. A folyadék milliliterenként 100 milligramm hatóanyagot tartalmaz.

b) Hány milligramm hatóanyagot kap naponta Cili cseppek formájában?

A vitaminoldatot olyan üvegben árulják, amely két henger alakú és egy csonkakúp alakú részből áll. A folyadék a csonkakúp alakú rész fedőlapjáig ér. Az üveg belső méreteit az ábra mutatja. A nagyobb henger átmérője 3 cm, magassága 7 cm. A csonkakúp fedőlapjának átmérője 1 cm, alkotója 2 cm hosszú.



c) Hány napig elegendő Cilinek az üvegben lévő vitaminoldat, ha mindig az előírt adagban szedi?

a)	6 pont	
b)	2 pont	
c)	9 pont	
Ö.:	17 pont	

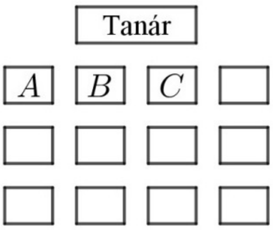
**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

17. Barnabás telefonján a képernyő átlója 5,4 col (1 col ≈ 25,4 mm), a képernyő oldalainak aránya 16 : 9. A telefon téglalap alakú előlapján a képernyő alatt és felett 12-12 mm, két oldalán 3-3 mm szélességű szegély van.

a) Mekkorák a telefon előlapjának oldalai?
Válaszát egész mm-re kerekítve adja meg!

Az írásbeli érettségi vizsga megkezdése előtt a felügyelő tanár megkéri a vizsgázókat, hogy telefonjaikat kikapcsolt állapotban tegyék ki a tanári asztalra. Általános tapasztalat, hogy egy-egy diák a „vizsgaláz” miatt 0,02 valószínűséggel bekapcsolva felejti a telefonját.

b) Mekkora annak a valószínűsége, hogy a teremben lévő 12 vizsgázó közül legalább egy bekapcsolva felejti a telefonját?



A vizsgateremben lévő 12 egyszemélyes pad négy egymás melletti oszlopba van rendezve. Mindegyik oszlopban három egymás mögötti pad áll. Julcsi és Tercsi jó barátnők, elhatározzák, hogy a vizsgán két egymás melletti padba ülnek.
(Például ha Julcsi a B-vel jelölt padban ül, akkor Tercsi az A vagy C jelű padot foglalja el.)

c) Hányféleképpen ülhet le a 12 vizsgázó a teremben úgy, hogy Julcsi és Tercsi valóban két egymás melletti padban üljön?

Az iskolában érettségiző 100 tanuló matematika írásbeli érettségi vizsgájának pontszámairól készült összesítést mutatja a táblázat.

d) A táblázat alapján mennyi a 100 tanuló pontszámának lehetséges legmagasabb átlaga?

Pontszám	Tanulók száma
0-20	0
21-30	8
31-40	12
41-50	8
51-60	18
61-70	20
71-80	12
81-90	16
91-100	6

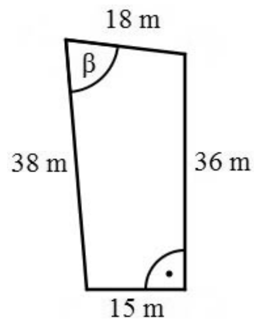
a)	6 pont	
b)	3 pont	
c)	5 pont	
d)	3 pont	
Ö.:	17 pont	

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

18. A Molnár házaspár építési telket vásárolt. Öt évvel korábban egy bankban 7 millió Ft-ot helyeztek el kamatos kamatra. Az 5 év elteltével Molnárék 8 115 000 Ft-ot vehettek fel a bankból.

a) Hány százalékos kamatot fizetett évente a bank, ha a kamatláb az 5 év során nem változott?

Az építési telket egy olyan övezetben vásárolták, ahol a telkek területének a 20 százaléka építhető be. A megvásárolt telek méretei az ábrán láthatók. A telek 15 méteres és 36 méteres oldala merőleges egymásra.



b) Határozza meg a 18 méter és a 38 méter hosszú oldalak által bezárt szög (β) nagyságát, és számítsa ki a telken beépíthető rész területét!

Molnár úr kulcscsomóján négy ugyanolyan kinézetű kulcs van, amelyek közül az egyik az új telek kapuját nyitja. Molnár úr általában nem találja el elsőre, hogy melyik kulcs való ebbe a zárba.

c) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a kapuhoz érve Molnár úr először nem a megfelelő kulccsal próbálja kinyitni a kaput, de a második próbálkozása már sikeres lesz! (Molnár úr két különböző kulcsot próbál a zárba.)

a)	4 pont	
b)	9 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	17 pont	

	a feladat sorszáma	pontszám maximális	elért	összesen
II. A rész	13.	10		
	14.	12		
	15.	14		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
	ÖSSZESEN	**70**		

	pontszám maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	**100**	

dátum

javító tanár

	pontszáma **egész számra** kerekítve elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző