

	a feladat sorszáma	pontszám	
		maximális	elért
II. A rész	13.	10	
	14.	14	
	15.	12	
II. B rész		17	
		17	
ÖSSZESEN		← nem választott feladat 70	

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma		100

dátum

javító tanár

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2019. május 7.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

2019. május 7. 8:00

II.

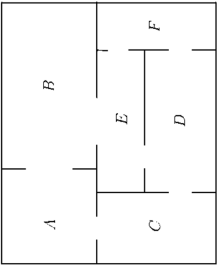
Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Az ábrán egy kis múzeum alaprajzát látjuk. A múzeum termei közötti kapcsolatot gráfál is szemléltethetjük. A gráf pontjai a termek, élei pedig az átjárók a termek között. (Egy él egy átjárót szemléltet két terem között.)

- a) Rajzolja fel a múzeum termeit és átjáróit szemléltető gráfot!



A múzeumba háromféle belépőjegyet lehet váltani:

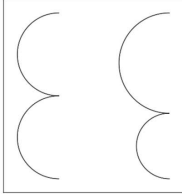
<i>Teljes árujegy</i>	400 Ft
<i>Kedvezményes jegy (gyerek, diák, pedagógus, nyugdíjas)</i>	250 Ft
<i>Fotójegy (belépőjegy és fényképezőgép-használat)</i>	500 Ft

Januárban négyszer annyi kedvezményes belépőjegyet adtak el, mint teljes árú jegyet, továbbá az eladott fotójegyek száma az eladott teljes árú jegyek számának 12,5%-a volt. A múzeum belépőjegy-eladásból származó bevétele januárban 912 600 Ft volt.

- b) Hány belépőjegyet adtak el januárban összesen?

Csilla, Dezső, Emese, Feri és Gyöngyi délelőtti 10-re beszéltek meg találkozót a múzeum előtt. Sorban egymás után érkeznek (különböző időpontokban), véletlenszerűen.

- c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy legfeljebb egy lánynak kell várakoznia fiúra?



A kiállításon több gondolkodtató, minimalista kép is szerepel. Dezső szerint az ábrán látható, csatlakozó félköröket ábrázoló kép címe azért „Egyenlőség”, mert a felső és az alsó görbe vonal hossza egyenlő. A felső görbét alkotó két egyforma félkör átmérőjének összege 48 cm. Az alsó görbét alkotó két félkör átmérőjének összege szintén 48 cm.

- d) Igaz-e Dezső sejtése, hogy a két görbe vonal hossza egyenlő?

a)	2 pont
b)	4 pont
c)	6 pont
d)	5 pont
Ö.:	17 pont

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során a **zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása**, a függvénytáblázatban fel
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságot röviden indokolnia kell*.
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy a **szűr-kített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

13. a) Hány olyan háromjegyű egész szám van, amelyre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{6} \geq \frac{x}{4} + 230$$

b) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$3 \cdot 4^x + 4^{x+1} = 896$$

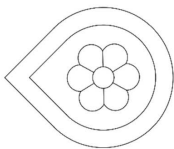
a)	4 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	10 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. A Föld teljes vízkészlete (jég, víz és vízgőz) folyékony halmazállapotban közel 1400 millió km³ lenne. Ennek a vízkészletnek csupán 3%-a édesvíz, melynek valójában mindössze 20%-a folyékony halmazállapotú (a többi főleg a sarkvidék jégtakarójában található fagyott, szilárd állapotban).

- a) Számítsa ki, hogy hány kilométer lenne annak a legkisebb gömbnek a sugara, amelybe összegyűjthetnénk a Föld folyékony édesvízkészletét!
- Válaszát egész kilométerre kerekítve adja meg!

Az ábrán egy környezetvédő szervezet logójának ki nem színezett terve látható. A logó kilenc tartományát három színnel (sárga, kék és zöld) szeretnénk kiszínezni úgy, hogy a szomszédos tartományok különböző színűek legyenek. (Két tartomány szomszédos, ha a határvonalainak van közös pontja. Egy-egy tartomány színezéséhez egy színt használhatunk.)



- b) Hányféleképpen lehet a logót a feltételeknek megfelelően kiszínezni?

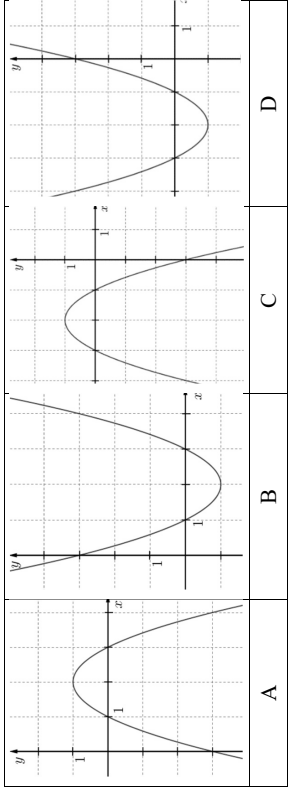
Egy iskolai italautomata meghibásodott, és véletlenszerűen ad szénsavas, illetve szénsavmentes vizet. A diákok tapasztalata szerint, ha valaki szénsavmentes vizet kér, akkor csak 0,8 a valószínűsége annak, hogy valóban szénsavmentes vizet kap. Anna a hét mind az öt munkanapján egy-egy szénsavmentes vizet szeretne vásárolni az automataból, így minden nap az ennek megfelelő gombot nyomja meg.

- c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy legalább négy napon valóban szénsavmentes vizet ad az automata?

a)	6 pont
b)	6 pont
c)	5 pont
Ö.:	17 pont

14. Adott az $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 + 4x + 3$ függvény.

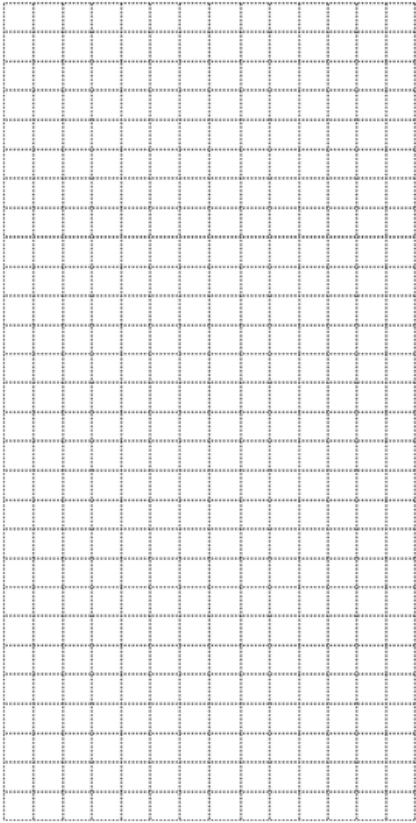
- a) Írja fel két elsőfokú tényező szorzataként az $x^2 + 4x + 3$ kifejezést!
- b) A $P(-6,5; y)$ pont illeszkedik az f grafikonjára. Számítsa ki y értékét!
- c) Az alábbi grafikonok közül válassza ki az f függvény grafikonját (karikázza be a megfelelő betűt), és határozza meg az f értékkészletét!



Adott a $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = x^2 - 6x + 5$ függvény. Az a három pont, ahol a g grafikonja metszi a koordinátengedyeket, egy háromszögöt határoz meg.

- d) Határozza meg ennek a háromszögnek a területét!

a)	2 pont
b)	2 pont
c)	3 pont
d)	7 pont
Ö.:	14 pont



B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Péter elhatározza, hogy összegyűjt 3,5 millió Ft-ot egy használt elektromos autó vásárlására, mégpedig úgy, hogy havonta egyre több pénzt tesz félre a takarékszámláján. Az első hónapban 50 000 Ft-ot tesz félre, majd minden hónapban 1000 Ft-tal többet, mint az azt megelőző hónapban. (A számlán gyűjtött összeg kamatozásával Péter nem számol.)

a) Össze tud-e így gyűjteni Péter 4 év alatt 3,5 millió forintot?

A világon gyártott elektromos autók számának 2012 és 2017 közötti alakulását az alábbi táblázat mutatja.

év	2012	2013	2014	2015	2016	2017
elektromos autók száma (ezerre kerekítve)	110 000	221 000	409 000	727 000	1 186 000	1 928 000

b) Szemléltesse a táblázat adatait oszlopdiagramon!

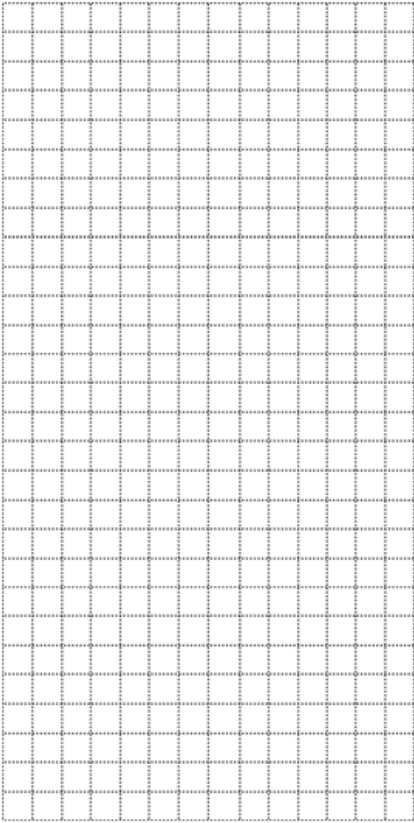
Péter az előző táblázat adatai alapján olyan matematikai modellt alkotott, amely az elektromos autók számát exponenciálisan növekedőnek tekinti. E szerint, ha a 2012 óta eltelt évek száma x , akkor az elektromos autók számát (millió darabra) megközelítőleg az $f(x) = 0,122 \cdot 2^{0,822x}$ összefüggés adja meg.

c) A modell alapján számolva melyik évben érheti el az elektromos autók száma a 25 millió darabot?

Egy elektromos autót gyártó cég öt különböző típusú autót gyárt. A készülő reklámfüzet fedőlapjára az ötféle típus közül egy vagy több (akár mind az öt) autótípus képét szeretné elhelyezni a grafikus.

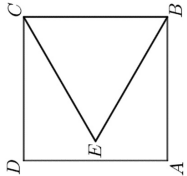
d) Hány lehetőség közül választhat a tervezés során? (Két lehetőség különböző, ha az egyikben szerepel olyan autótípus, amely a másikban nem.)

a)	5 pont
b)	3 pont
c)	5 pont
d)	4 pont
Ö.:	17 pont



15. Az $ABCD$ négyzet oldalának hossza 12 egység. A négyzet belsőjében kijelöltük az E pontot úgy, hogy $BE = CE = 12$ egység legyen (lásd az ábrát).

a) Számítsa ki az A és E pontok távolságát!



Egy bronzból készült, szabályos négyoldalú gúla alakú tömör test (piramis) minden éle 10 cm hosszúságú.

- b) Számítsa ki a gúla tömegét, ha 1 dm³ bronz tömege 8 kg!

a)	5 pont
b)	7 pont
Ö.:	12 pont