

	a feladat sorszáma	pontszám	
		maximális	elért összesen
II. A rész	13.	11	
	14.	11	
	15.	14	
II. B rész		17	
		17	
ÖSSZESEN		← nem választott feladat 70	

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma		100

_____ dátum

_____ javító tanár

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

_____ dátum

_____ dátum

_____ javító tanár

_____ jegyző

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2019. október 15.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

2019. október 15. 8:00

II.

Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Egy 125 férőhelyes szállodában összesen 65 szoba van: egy-, két- és háromágyasak.
- a) Hány háromágyas szoba van a szállodában, ha a kétágyas szobák száma háromszorosa az egyágyas szobák számának?
- A szállodába egy hat főből álló társaság érkezik: Aladár, Balázs, Csaba, Dezső, Elemér és Ferenc. Aladár és Balázs testvérek. A társaság tagjai az egyágyas 101-es, a kétágyas 102-es és a háromágyas 103-as szobát kapják.
- A recepciós kitesz a pultra egy darab 101-es, két darab 102-es és három darab 103-as szobakulcsot. A társaság tagjai a pultra helyezett kulcsok közül véletlenszerűen elvesznek egyet-egyet (ezzel kiválaszják a szobájukat).
- b) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy Aladár és Balázs kerül a 102-es szobába!

Érkezésük után a vendégek a szálloda éttermében vacsoráztak. Vacsorájukra várva látták, hogy az egyik pincér – sietős mozdulatai közben – leejtett és összetört egy tányért. A szálloda pincérei felszolgálas közben átlagosan minden kétezredik tányért összetörnek (ezt tekinthetjük úgy, hogy $\frac{1}{2000}$ annak a valószínűsége, hogy egy adott tányért összetörnek). A pincérek a következő vacsora alkalmával összesen 150 tányért szolgálnak fel.

c) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a következő vacsora közben a pincérek legalább egy tányért összetörnek!

a)	7 pont
b)	6 pont
c)	4 pont
Ö.::	17 pont

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő letelével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.
-
4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során a **zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\left(\begin{smallmatrix} n \\ k \end{smallmatrix}\right)$ kiszámítása**, a függvénytáblázatban feltehető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságot röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy a **szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

13. Adott a $[-2; 4]$ zárt intervallumon értelmezett f függvény: $x \mapsto -\frac{1}{2}x + 4$.

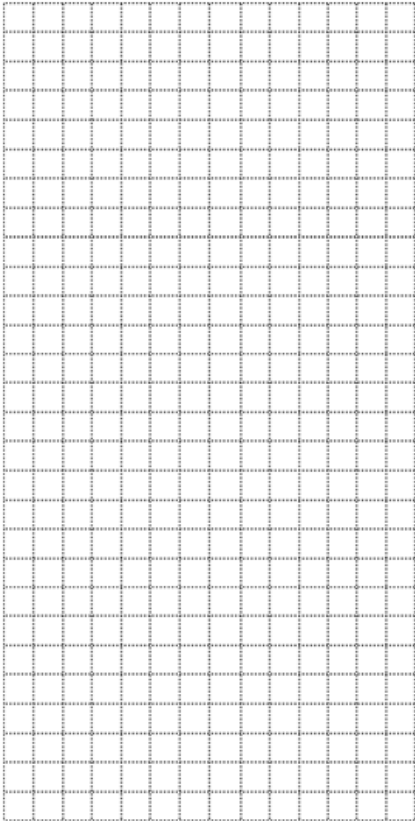
a) Mit rendel az f függvény az $x = -\frac{3}{4}$ számhoz?

b) Ábrázolja az f grafikonját!
Adja meg az f értékkészletét!

Adott a valós számok halmazán értelmezett g függvény: $x \mapsto x^2 - 4x + 3$.

c) Hány olyan szám van, amelyhez a g függvény a $\left(-\frac{3}{4}\right)$ értéket rendel?

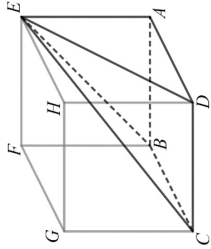
a)	2 pont
b)	5 pont
c)	4 pont
Ö.:	11 pont



A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Az $ABCDEF$ GH kocka élhossza 6 cm.

- a) Számítsa ki az ábrán látható $ABCDE$ gúla felszínét!
- b) Fejezze ki az $\overrightarrow{EC}$ vektort az $\overrightarrow{AB}$, az $\overrightarrow{AD}$ és az $\overrightarrow{AE}$ vektorok segítségével!



Egy 12 cm magas forgáskúp alapkörének sugara 6 cm.

- c) Mekkora szöget zár be a kúp alkotója az alaplappal?

A fenti forgáskúpot két részre vágjuk az alaplappal párhuzamos sikkal. Az alaplappal párhuzamos sík távolsága 3 cm.

- d) Számítsa ki a keletkező csontkakúp térfogatát!

a)	6 pont
b)	3 pont
c)	3 pont
d)	5 pont
Ö.:	17 pont

14. A statisztikai adatok szerint a közúti balesetek gyakori okai között minden évben szerepel a járművezetők figyelmetlensége, a gondatlan vezetés.

- a) Egy autó az autópályán 120 km/h sebességgel halad, és a sofőr 1,5 másodpercig nem figyel az útra. Hány métert tesz meg az autó ennyi idő alatt?

A gyorshajítás szintén a gyakori baleseti okok között szerepel. A tapasztalatok szerint, ha egy sofőr betartja az autópályán a 130 km/h sebességhatárt, akkor az átlagsebessége legfeljebb 120 km/h körül alakulhat. A Siófok–Budapest távolság közelítőleg 100 km.

- b) Számítsa ki, hogy hány perccel rövidebb idő szükséges a Siófok–Budapest távolság megtételéhez, ha 120 km/h átlagsebesség helyett átlagosan 130 km/h-val teszi meg ezt a távot egy autó!

2018 januárjában Magyarországon összesen 1178 személyi sérüléssel járó közúti baleset történt, melyek közül 440 esetben a gyorshajítás volt a fő ok. A balesetek okainak megoszlását egy kördiagramon szeretnénk ábrázolni.

- c) Mekkora középponti szög tartozik a kördiagramon a gyorshajításhoz?
Válaszát egész fokra kerekítve adja meg!

a)	4 pont
b)	4 pont
c)	3 pont
Ö.:	11 pont

B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Egy A4-es papírlapot négy egyforma kisebb lapra vágunk. Ezekre a kisebb lapokra felírtuk az 1, 2, 3, 4 számokat, mindegyik lapra egy számot. A négy lapot véletlenszerűen sorba rakjuk.

- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy így sem két páros, sem két páratlan szám nem kerül egymás mellé?

Egy A4-es papírlap vastagsága 0,1 mm. Egy ilyen papírlapot kettévágunk, majd a keletkező két fél lapot egymásra tesszük. Az így kapott „kupacot” ismét kettévágjuk, és a keletkező négy negyedlapot egymásra tesszük (a kupac magassága ekkor 0,4 mm). Ezt a műveletet tovább folytatjuk, tehát először egy vágással a kupacot kettévágjuk, majd a keletkező lapokat egymásra tesszük. Azt tervezzük, hogy ezt a műveletet összesen 20-szor hajlítjuk végre. Luca szerint, ha ezt meg tudnánk tenni, akkor a 20 vágás és egymásra rakás után keletkező kupac magasabb lenne, mint 100 méter.

- b) Igaza van-e Lucának? Válaszát számítással igazolja!

Egy A4-es papírlap méretei: $21\text{ cm} \times 29,7\text{ cm}$. A szövegszerkesztő programok általában 2,5 cm-es margóval dolgoznak, vagyis a papírlap minden oldalától számítva egy-egy 2,5 cm-es sáv üresen marad (lásd az ábrát). A lap közepén a szövegnek fennmaradó rész szintén téglalap alakú.

Zsófi szerint az $ABCD$ és az $EFGH$ téglalapok hasonlóak.

- c) Igaza van-e Zsófinak? Válaszát indokolja!

Tekintsük a következő állítást:

Ha két néyszög hasonló, akkor megfelelő szögeik páronként egyenlők.

- d) Adja meg az állítás logikai értékét (igaz vagy hamis)!
Írja fel az állítás megfordítását, és adja meg a megfordítás logikai értékét is!
Ez utóbbit válassza indokolja!

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	5 pont	
d)	4 pont	
Ö.::	17 pont	

15.
- a)

Egy számtani sorozat első és harmadik tagjának összege 8. A sorozat harmadik, negyedik és ötödik tagjának összege 9. Adja meg a sorozat első tíz tagjának összegét!
- b)

Egy derékszögű háromszög egyik befogója 8 cm-rel, a másik 9 cm-rel rövidebb, mint az átfogó. Mekkora a háromszög oldalai?

a)	7 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	14 pont	