	a feladat sorszáma	pontszám		
		maximális	elért	összesen
II. A rész	13.	12		
	14.	11		
	15.	13		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
	ÖSSZESEN	**70**		

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	**100**	

dátum

javító tanár

---

	pontszáma **egész számra** kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2020. május 5.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2020. május 5. 9:00

II.

Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.

2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.

3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!

5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**

6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**

7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek az átlag és a szórás kiszámítására abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, így azokért nem jár pont.**

8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell*.

9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Egy teáskanna jó közelítéssel csonkakúp alakú. A teáskanna alapkörének átmérője 18 cm, fedőkörének átmérője 8 cm. A kanna oldalán az aljától a tetejéig mért távolság (a csonkakúp alkotója) 14 cm.
A kannában magasságának feléig áll a tea.

a) Számítsa ki, hogy hány deciliter tea van a kannában!

Ismert tény, hogy magára hagyva a forró tea előbb-utóbb a környező levegő hőmérsékletére hűl le. Ez a hőmérsékletcsökkenés exponenciális jellegű.
Egy kísérlet során egy kanna forró teát egy 23°C-os helyiségben magára hagytak, majd időről időre megmérték a hőmérsékletét. Az eredményeket számítógépbe táplálva a tea T hőmérsékletére (°C-ban) a következő összefüggést kapták:

$T_{\text{tea}}(t) = 23 + 56 \cdot 0,96^t$, ahol t a mérés kezdete óta eltelt idő percben.

b) A megállapított összefüggés szerint hány °C lesz a tea hőmérséklete negyedóra elteltével?

c) Számítsa ki, hogy a fenti összefüggés szerint hány perc alatt csökken a tea hőmérséklete 37°C-ra!

a)	9 pont	
b)	3 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!

12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

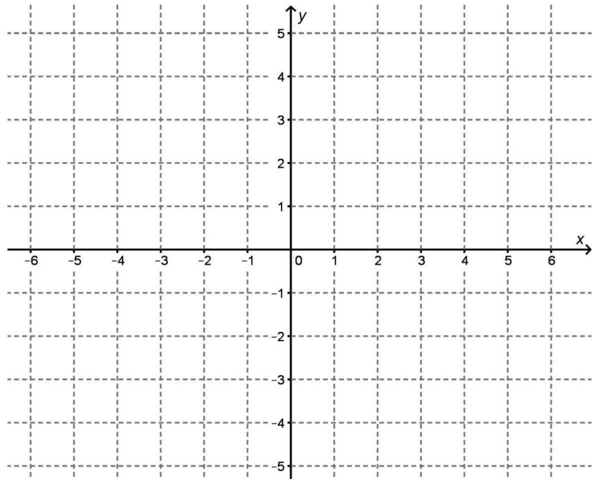
A

13. Adott a következő függvény: $f\colon [-2;4] \to \mathbf{R},\ x \mapsto |x-2|-1$.

a) Adja meg, hogy milyen értéket rendel az *f* függvény a (–1)-hez!

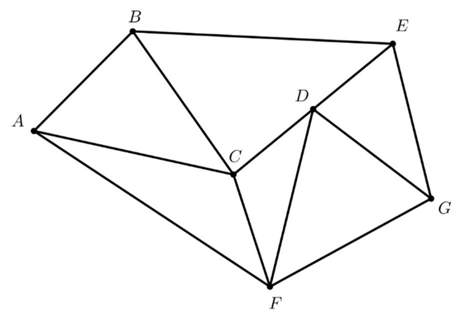
b) Ábrázolja az *f* függvényt, és jellemezze a következő szempontok szerint: monotonitás, szélsőérték(ek), zérushely(ek), értékkészlet.

a)	2 pont	
b)	10 pont	
Ö.:	12 pont	



A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Az a), b) és c) feladatokat az alábbi ábra alapján oldja meg!



Az ABC háromszögben $AB = 37$, $BC = 41$ egység hosszú, a BAC szög nagysága $60°$.

a) Számítsa ki az ABC háromszög kerületét egész számra kerekítve!

Tudjuk, hogy a D pont éppen a CE szakasz felezőpontja.

b) Fejezze ki a $\overrightarrow{BE}$ vektort az $\overrightarrow{AB}$, az $\overrightarrow{AC}$ és a $\overrightarrow{CD}$ vektorok segítségével!

Az A pontból a G-be kell eljutnunk úgy, hogy az egyes pontok között csak a berajzolt szakaszokon mozoghatunk, és mindig csak olyan pontra léphetünk tovább, amelynek betűjele a magyar ábécében az elhagyni készült pont betűjele után helyezkedik el. (Tehát például C-ről D-re vagy F-re léphetünk, de A-ra vagy B-re nem.)

c) Hányféle különböző útvonalon juthatunk el ilyen módon A-ból G-be?

a)	7 pont	
b)	4 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

14. Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $\frac{1}{2}+\frac{x-2}{x+2}=\frac{2x+1}{2\cdot(x+2)}$

b) $\log_3(x^2-1)+\log_3 81=5$

a)	5 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	11 pont	

B

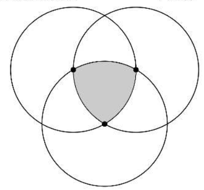
A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Egy 30 fős gimnáziumi osztály osztálykirándulást szervez. A kirándulás lehetséges helyszínei: Sopron, Debrecen és Pécs. Az osztály tanulói szavazást tartanak arról, hogy ki melyik helyszínre menne szívesen. Több helyszínre is lehet szavazni, de legalább egyet mindenkinek választania kell. A szavazás eredménye:

Sopronba 18-an mennének, közülük 8-an a pécsi helyszínbe is belegyeznének.
Debrecent 20-an látogatnák meg, közülük 12 fő Sopronba is elmenne.
Debrecenbe és Pécsre is ellátogatna 11 fő.
5-en mindhárom helyre szívesen utaznának.

a) Összesen hányan vannak az osztályban azok, akik szívesen kirándulnának Pécsre?

János a szavazás eredményéről egy ábrát készített. Az ábrán mindhárom kör sugara 3 cm, és mindegyik kör áthalad a másik két kör középpontján.



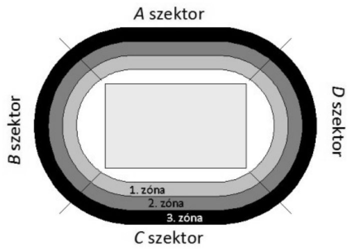
b) Számítsa ki a három körlemez közös részének területét!

Tudjuk, hogy az osztály 30 tanulójából 20 jelölte meg Debrecent lehetséges úti célként. Az osztály tanulói közül véletlenszerűen kiválasztunk hármat.

c) Mekkora annak a valószínűsége, hogy közülük éppen ketten mennének Debrecenbe, a harmadik kiválasztott tanuló viszont nem?

a)	6 pont	
b)	6 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

15. Egy sportcsarnok nézőtere négy szektorra oszlik: *A*, *B*, *C* és *D*. Mind a négy szektort további három zónára osztották: az 1. zónához a pályához legközelebb eső üléssorok tartoznak, a 2.-hoz a nézőtér középső sorai, míg a 3. zónához a legfelső üléssorok.



Az alábbi – hiányosan kitöltött – táblázat az egyes szektorok különböző zónáiba eladott jegyek számát mutatja az egyik mérkőzésen.

	A szektor	*B* szektor	*C* szektor	*D* szektor
1. zóna	69	96	85	
2. zóna	116	99		
3. zóna	102	113		

Tudjuk, hogy az 1. zónában szektoronként átlagosan 82 jegyet vásároltak.

a) Hány jegyet váltottak a *D* szektor 1. zónájába?

A mérkőzésre összesen 1102 jegyet adtak el.

b) Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott néző jegye a *C* vagy a *D* szektor valamelyikébe szól?

A *C* szektor három zónájába összesen 295 jegyet adtak el, összesen 752 200 forintért. Egy jegy ára a *C* szektor 1. zónájában 3200 Ft, a 2.-ban 2900 Ft, a 3.-ban pedig 1500 Ft.

c) Hány jegyet adtak el a *C* szektor 2., illetve 3. zónájába?

a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	7 pont	
Ö.:	13 pont	