

	a feladat sorszáma	pontszám	
		maximális	elért
II. A rész	13.	13	
	14.	12	
	15.	11	
II. B rész		17	
		17	
ÖSSZESEN		← nem választott feladat 70	

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	100	

_____ dátum

_____ javító tanár

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

_____ dátum

_____ dátum

_____ javító tanár

_____ jegyző

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2020. május 5.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

2020. május 5. 9:00

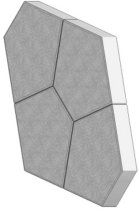
II.

Időtartam: 135 perc

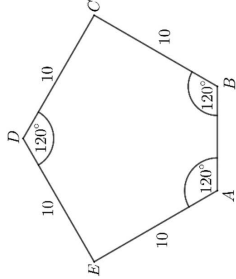
Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Egy sétálóutca díszburkolatát ötszög alapú egyenes hasáb alakú kövekkel készítik el. (Az ábrán négy ilyen követ lehet látni a burkolaton megfigyelhető elrendezésben.)



A kö alapját képező $ABCDE$ ötszög tengelyesen szimmetrikus (egy, a D csúson átmenő egyenesre), négy oldala 10 cm hosszú, három szöge 120° -os, az ábrának megfelelően.



- a) Számítással igazolja, hogy az AED és a BCD háromszög derékszögű!
- b) Számítsa ki az $ABCDE$ ötszög területét!

Róbert egy járdaszakaszt egyedül 20 óra alatt burkolta le ezzel a kővel, Sándor ugyanazt a munkát egyedül 30 óra alatt végezné el.

- c) Mennyi idő alatt végeznek, ha együtt dolgoznak?

Ezt a követ szürke és sárga színben árulják a kereskedésben. A dobozokon matrica jelzi a dobozban lévő kövek színét. Átlagosan minden századik dobozon rossz a matrica: szürke helyett sárga vagy fordítva. (Ezt tekinthetjük úgy, hogy $0,01$ annak a valószínűsége, hogy rossz matrica került a dobozra.)

Péter kiválaszt 21 szürke jelzésű dobozt, és ellenőrzi a dobozokban lévő kövek színét.

- d) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a 21 kiválasztott doboz közül legalább 20 dobozban valóban szürke kő van?

a)	2 pont
b)	6 pont
c)	4 pont
d)	5 pont
Ö.::	17 pont

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**

7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\left(\begin{smallmatrix} n \\ k \end{smallmatrix}\right)$ kiszámítása**, a függvénytáblázatban feltehető táblázatok helyettesítése ($\sin$, $\cos$, $\lg$, $\log$ és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**

8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságot röviden indokolnia kell.*

9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!

10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!

12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

13. a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$\frac{x^2-4x+4}{x^2-4}=2$$

Legyenek f , g és h függvények a valós számok halmazán értelmezve úgy, hogy

$$f(x) = x - 1, \qquad g(x) = 2^x, \qquad h(x) = |x| - 3.$$

- b) Adja meg annak a függvénynek a betűjelét, amely a (-2) -höz (-1) -et rendel!
- c) Töltse ki az alábbi táblázatot az „igaz” és „hamis” szavakkal annak megfelelően, hogy az adott kijelentés igaz vagy hamis az adott függvény esetén!

	van zérushelye	monoton növekvő a teljes értelmezési tartományon	van minimuma
f			
g			
h			

a)	6 pont	
b)	2 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	13 pont	

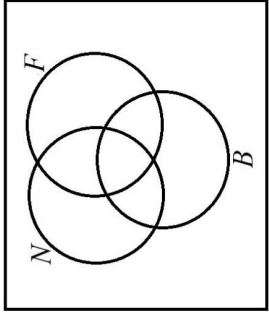
A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Egy erdőszetben azt tervezték, hogy 30 nap alatt összesen 3000 fát ültetnek el úgy, hogy a második naptól kezdve minden nap 2-vel több fát ültetnek el, mint az azt megelőző napon.

- a) Hány fát kellett elültetni az első napon, és hány fát kellett elültetni a 30. napon a terv teljesítéséhez?

A telepítés után egy évvel három szempontból vizsgálják meg a telepített fák állapotát. Ha valamelyik nem fejlődik megfelelően, akkor az N jelet kapja. Ha fertőző betegség tünetei mutatkoznak rajta, akkor a B jelet, ha pedig valamilyen fizikai kár érte (pl. a szél megrongálta), akkor az F jelet kapja. Egy fa több jelet is kaphat. Az összes jelölés elvégzése és összesítése után kiderült, hogy a telepített 3000 fa közül N jelet 45, B jelet 30, F jelet 20 fa kapott. Ezeken belül N és B jelet 21, N és F jelet 13, B és F jelet 4 fának adtak. 2 olyan fa van, amely mindhárom jelet megkapta.

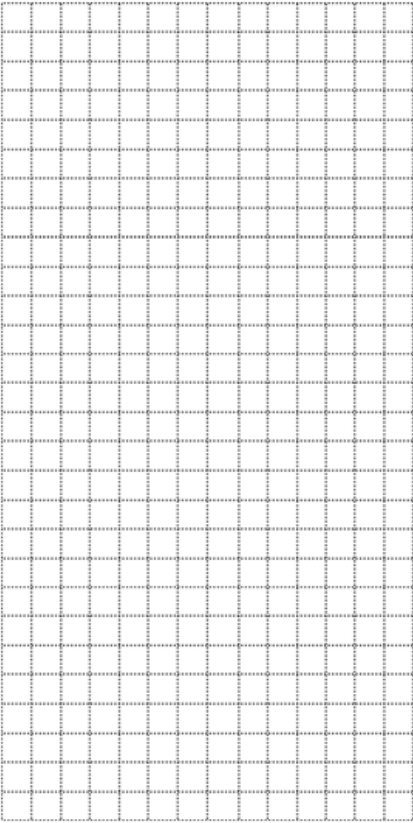
- b) Töltsd ki az alábbi halmazábrát a megfelelő adatokkal!
Állapítsa meg, hogy hány olyan fa van a telepítettek között, amelyek nem kaptak semmilyen jelet!



Egy erdő faállománya az elmúlt időszakban évről évre 3%-kal növekedett. A faállomány most $10\,000\text{ m}^3$.

- c) Hány év múlva éri el az erdő faállománya a $16\,000\text{ m}^3$ -t, ha az továbbra is évről évre 3%-kal növekszik?

a)	5 pont	
b)	6 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	17 pont	



14. A 2016-os nyári olimpiai játékok női súlylökés versenyszámának döntője alapján készült az alábbi, hiányosan kitöltött táblázat, amely az első öt helyezett dobásainak hosszát mutatja. Egy adott versenyző eredménye az érvényes dobásai közül a legnagyobb. A táblázatban az $\times$ az érvénytelen dobást jelzi.

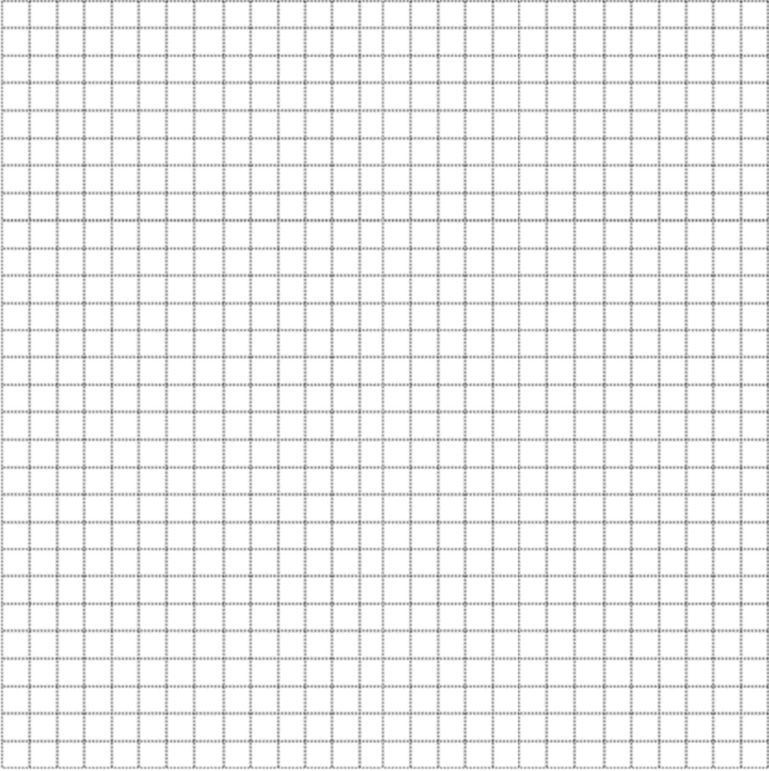
Név (ország)	1. dobás (m)	2. dobás (m)	3. dobás (m)	4. dobás (m)	5. dobás (m)	6. dobás (m)	Eredmény (m)	Helyezés
Valerie Adams <i>Új-Zéland</i>	19,79	20,42	19,80	$\times$	$\times$	20,39		
Michelle Carter <i>Egyesült Államok</i>	19,12	19,82	19,44	19,87	19,84	20,63		
Kung Li-esiao <i>Kína</i>	18,98		19,18	$\times$	$\times$	$\times$	19,39	
Márton Anita <i>Magyarország</i>	17,60	18,72	19,39	19,38	19,10	19,87		
Raven Saunders <i>Egyesült Államok</i>	18,88	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	19,35		

- a) Töltsd ki a táblázat tíz üres mezőjét!
- b) Számítsa ki Márton Anita hat dobásának átlagát és szórását!

A súlylökés, mint versenyszám hivatalos leírásában ez szerepel: „*A súlylökés a nőknél 4 kg-os, vasból vagy sárgarézből készült, gömb alakú, tömör fémgolyóval történik, melynek átmérője nagyobb, mint 9,5 cm, de kisebb, mint 11 cm.*”

- c) Hány centiméter a sárgarézből készülő 4 kg-os golyó átmérője, ha 1 cm³ sárgaréz tömege 8,73 gramm?

a)	3 pont
b)	3 pont
c)	6 pont
Ö.::	12 pont



B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Egy háromszög csúcsai a koordináta-rendszerben $A(-8; -12)$, $B(8; 0)$ és $C(-1; 12)$.
Az A pontnak a B pontra vonatkozó tükörképe a D pont.
- a) Számítsa ki a D pont koordinátáit!
 - b) Írja fel az ABC háromszög B csúcsán áthaladó magasságvonalának egyenletét!
 - c) Igazolja, hogy az ABC háromszög B csúcsánál derékszög van!

Az A , B és C pontokat szeretnénk a kék, zöld és sárga színekkel színezni úgy, hogy mind-
három pontot színezzük valamelyik színnel, de egy színezésen belül nem használjuk fel
mindhárom színt.

- d) Hány különböző színezés lehetséges ezekkel a feltételekkel?

a)	3 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
d)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

15. Egy textilgyár felmérést készített, hogy a vásárlói igényeknek megfelelő arányban gyárt-hassa le törölközőit. Megkérdezték 500 járókelőt arról, hogy négy lehetséges szín közül melyik színben vásárolnának legszívesebben ilyen törölközőt. Az alábbi táblázatban lát-ható a felmérés eredménye.

válaszok száma	kék	sárga	piros	zöld
	176	153	124	47

A gyár a válaszoknak megfelelő arányban határozta meg az egyes színekből készülő tö-rölközők darabszámát.

- a) Számítsa ki, hogy hány kék, sárga, piros, illetve zöld törölközőt gyártottak, ha összesen 10 000 darab készült! A darabszámokat százasokra kerekítve adja meg!

Négy kék, két sárga és egy piros törölköző közül (visszatevés nélkül) véletlenszerűen kiválasztunk kettőt.

- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindkét törölköző sárga lesz?

A textilgyárban dolgozók között tavaly háromszor annyi nő volt, mint férfi. Idén felvettek még 70 nőt és 6 férfit, így már négyszer annyi nő dolgozik a gyárban, mint férfi.

- c) Hány nő és hány férfi dolgozója van a gyárnak idén?

a)	3 pont
b)	3 pont
c)	5 pont
Ö.:	11 pont