ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2020. május 5.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

1. Kérjük, hogy a dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal, olvashatóan** javítsa ki.
2. A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerüljön.
3. **Kifogástalan megoldás** esetén kérjük, hogy a maximális pontszám feltüntetése mellett kipipálással jelezze, hogy az adott gondolati egységet látta, és jónak minősítette.
4. Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy **a hiba jelzése** mellett az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra. Ha a dolgozat javítását jobban követhetővé teszi, akkor a vizsgázó által elvesztett részpontszámok jelzése is elfogadható. Ne maradjon olyan részlet a megoldásban, amelyről a javítás után nem nyilvánvaló, hogy helyes, hibás vagy fölösleges.
5. A javítás során **alkalmazza az alábbi jelöléseket.**
   - helyes lépés: *kipipálás*
   - elvi hiba: *kétszeres aláhúzás*
   - számolási hiba vagy más, nem elvi hiba: *egyszeres aláhúzás*
   - rossz kiinduló adattal végzett helyes lépés: *szaggatott* vagy *áthúzott kipipálás*
   - hiányos indoklás, hiányos felsorolás vagy más hiány: *hiányjel*
   - nem érthető rész: *kérdőjel* és/vagy *hullámvonal*
6. Az ábrán kívül **ceruzával** írt részeket ne értékelje.

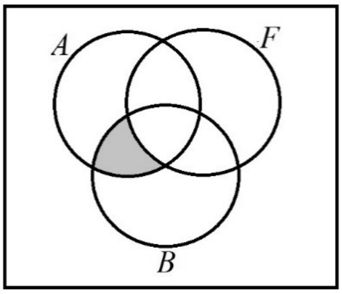
Tartalmi kérések:

1. Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
2. A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók, hacsak az útmutató másképp nem rendelkezik**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
3. Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
4. **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel – mint kiinduló adattal – helyesen számol tovább a következő gondolati egységekben vagy részkérdésekben, akkor ezekre a részekre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
5. Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **megjegyzés** vagy **mértékegység,** akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.

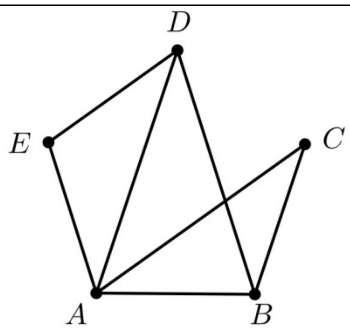
6. Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető**. A javítás során egyértelműen jelezze, hogy melyik változatot értékelte, és melyiket nem.
7. A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont**) nem adható**.
8. Egy feladatra vagy részfeladatra adott összpontszám **nem lehet negatív**.
9. Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
10. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
11. Az **ábrák** bizonyító erejű felhasználása (például adatok leolvasása méréssel) nem elfogadható.
12. **Valószínűségek** megadásánál (ha a feladat szövege másképp nem rendelkezik) a százalékban megadott helyes válasz is elfogadható.
13. Ha egy feladat szövege nem ír elő kerekítési kötelezettséget, akkor az útmutatóban megadottól eltérő, **észszerű és helyes kerekítésekkel** kapott rész- és végeredmény is elfogadható.
14. **A vizsgafeladatsor II. B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető.** A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha a vizsgázó nem jelölte meg, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, és a választás ténye a dolgozatból sem derül ki egyértelműen, akkor a nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti utolsó feladat lesz.

I.

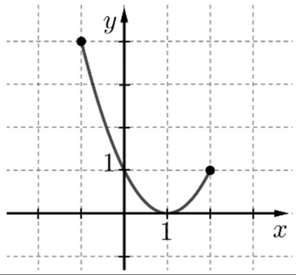
1.		
37 (dm^2)	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

2.		
	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

3.		
14	2 pont	*A 2^{14} válasz is elfogadható.*
Összesen:	**2 pont**	

4.		
	2 pont	
E ismerősei: *A* és *D*.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

5.		
A: hamis B: igaz C: hamis	2 pont	*2 jó válasz esetén 1 pont, 1 jó válasz esetén 0 pont jár.*
Összesen:	**2 pont**	

6.		
A megrajzolt grafikon egy felfelé nyíló normálparabola íve,	1 pont	
melynek tengelypontja (1; 0).	1 pont	
A függvény a megfelelő intervallumon van ábrázolva.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

7.		
A terjedelem: 6 (év)	1 pont	
A módusz: 17 (év)	1 pont	
A medián: 16 (év)	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

8.		
11	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

9.		
A végtelen szakaszos tizedes törtben a szakasz hossza 6 számjegy.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
$100 = 6 \cdot 16 + 4$	1 pont	*A* 96. *számjegy az* 5.
Így a 100. számjegy a 2.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

10.		
(A kérdezett oldal hosszát *a*-val jelölve, a szinusztétel alapján:) $\frac{a}{11} = \frac{\sin 122°}{\sin 45°}$.	2 pont	
Ebből $a = \left(\frac{\sin 122°}{\sin 45°} \cdot 11 \approx\right)$ 13,2 cm.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

11.		
18	2 pont	*A hányados* (6) *helyes meghatározásáért 1 pont jár.*
Összesen:	**2 pont**	

12. első megoldás		
6^3 (= 216)-féle háromjegyű számot kaphatunk (összes eset száma).	1 pont	
500-nál nagyobb szám közülük $2 \cdot 6 \cdot 6$ (= 72) szám, mert az első számjegye 5 vagy 6 lehet (kedvező esetek száma).	1 pont	
A keresett valószínűség: $\frac{2 \cdot 6 \cdot 6}{6^3} = \frac{1}{3}$.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

12. második megoldás		
Csak az első dobást kell figyelnünk, mert a kapott szám akkor lesz 500-nál nagyobb, ha az első dobás 5 vagy 6 (a kedvező esetek száma 2).	1 pont	
Az első dobás összesen 6-féle lehet.	1 pont	
A keresett valószínűség: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

II. A

13. a) **első megoldás**		
Értelmezési tartomány: $x \neq 2$ és $x \neq -2$.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó behelyettesítéssel ellenőriz.*
Az egyenletet rendezve: $x^2 - 4x + 4 = 2x^2 - 8$.	1 pont	
$x^2 + 4x - 12 = 0$	1 pont	
$x_1 = 2$, $x_2 = -6$	2 pont	
Ellenőrzés behelyettesítéssel: a –6 megoldása az egyenletnek, a 2 nem.	1 pont	*Ez a pont jár, ha a vizsgázó az értelmezési tartomány megadása mellett ekvivalens átalakításokra hivatkozva jól válaszol.*
Összesen:	**6 pont**	

13. a) **második megoldás**		
Értelmezési tartomány: $x \neq 2$ és $x \neq -2$.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó behelyettesítéssel ellenőriz.*
A tört számlálóját és nevezőjét szorzattá alakítva: $\frac{(x-2)^2}{(x+2)(x-2)} = 2$.	1 pont	
A törtet egyszerűsítve ($x \neq 2$): $\frac{x-2}{x+2} = 2$.	1 pont	
Az egyenletet rendezve: $x - 2 = 2x + 4$,	1 pont	
amiből $x = -6$.	1 pont	
Ellenőrzés behelyettesítéssel vagy az értelmezési tartomány feltüntetése mellett ekvivalens átalakításokra való hivatkozással.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

13. b)		
h	2 pont	*Egy jó és egy rossz válasz esetén 1 pont, minden más esetben 0 pont jár.*
Összesen:	**2 pont**	

13. c)		
<table><tr><td></td><td>van zérushelye</td><td>monoton növekvő a teljes ért. tartományon</td><td>van minimuma</td></tr><tr><td>f</td><td>igaz</td><td>igaz</td><td>hamis</td></tr><tr><td>g</td><td>hamis</td><td>igaz</td><td>hamis</td></tr><tr><td>h</td><td>igaz</td><td>hamis</td><td>igaz</td></tr></table>	5 pont	*8 helyes válasz esetén 4, 7 helyes válasz esetén 3, 6 helyes válasz esetén 2, 5 helyes válasz esetén 1 pont jár. 5-nél kevesebb helyes válasz esetén nem jár pont.*
Összesen:	**5 pont**	

14. a)		
Kung Li-csiao 2. dobása 19,39 (m).	1 pont	
A hiányzó eredmények: 20,42; 20,63; 19,87; 19,35.	1 pont	
A helyezések rendre: 2., 1., 4., 3., 5.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

14. b)		
Az átlag (m): $\frac{17,60+18,72+19,39+19,38+19,10+19,87}{6}=19,01$.	1 pont	*Ez a 2 pont akkor is jár, ha a vizsgázó az átlagot és a szórást számológéppel helyesen számolja ki.*
A szórás (m): $\sqrt{\frac{1,41^2+0,29^2+0,38^2+0,37^2+0,09^2+0,86^2}{6}}\approx$	1 pont	
$\approx 0,72$.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

14. c)		
4 kg = 4000 g	1 pont	
A golyó térfogata $4000:8,73\approx 458,19$ (cm^3).	1 pont	
Ha r cm sugarú a golyó (gömb), akkor $\frac{4}{3}r^3\pi=458,19$,	1 pont	
($r^3\approx 109,38$) ahonnan $r\approx 4,782$ (cm).	2 pont	
A golyó átmérője ($2r\approx$) 9,6 cm.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

15. a)		
A felmérés alapján (kerekítés nélkül) a kék törölközők darabszáma: $\frac{176}{500}\cdot 10\,000 = 3520$. Ugyanígy számolva 3060 sárga, 2480 piros és 940 zöld törölköző készülne.	2 pont	
A kért kerekítéssel 3500 kék, 3100 sárga, 2500 piros és 900 zöld színű törölköző készült.	1 pont	*Ez a pont nem jár, ha a vizsgázó nem kerekít, vagy rosszul kerekít.*
Összesen:	**3 pont**	

15. b) első megoldás		
(A kiválasztás sorrendjét figyelembe véve) $7\cdot 6$ (= 42)-féleképpen választhatunk ki két törölközőt (összes eset).	1 pont	
A kedvező esetek száma 2.	1 pont	
A keresett valószínűség $\frac{2}{42}\approx 0{,}048$.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

15. b) második megoldás		
(A kiválasztás sorrendjét figyelmen kívül hagyva) $\binom{7}{2}$ (= 21)-féleképpen választhatunk ki két törölközőt (összes eset).	1 pont	
A kedvező esetek száma ebben az esetben 1.	1 pont	
A keresett valószínűség $\frac{1}{21}\approx 0{,}048$.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

15. b) harmadik megoldás		
$\frac{2}{7}$ annak a valószínűsége, hogy elsőre sárga törölközőt húzunk.	1 pont	
Ezután $\frac{1}{6}$ annak a valószínűsége, hogy másodikra is sárga törölközőt húzunk.	1 pont	
A keresett valószínűség ezek szorzata, azaz $\frac{2}{7}\cdot\frac{1}{6}\approx 0{,}048$.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

15. c) első megoldás		
Jelölje a gyárban tavaly dolgozó férfiak számát x. A nők száma tavaly $3x$ volt. Idén $x + 6$ férfi és $3x + 70$ nő dolgozik a gyárban.	1 pont*	*Ez a pont akkor is jár, ha ezek a gondolatok csak a megoldásból derülnek ki.*
A szöveg alapján: $4(x + 6) = 3x + 70$,	1 pont*	
amiből $x = 46$.	1 pont*	
Idén $(46 + 6 =)$ 52 férfi és $(3 \cdot 46 + 70 =)$ 208 nő dolgozik a gyárban.	1 pont	
Ellenőrzés: $208 = 4 \cdot 52$, továbbá tavaly 46 férfi és $208 - 70 = 138$ nő dolgozott a gyárban, ami megfelel a feltételeknek $(138 = 46 \cdot 3)$.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

*Megjegyzés: A *-gal jelölt pontokat az alábbi gondolatmenetért is megkaphatja a vizsgázó.*

Jelölje a gyárban idén dolgozó férfiak számát y. A nők száma idén $4y$. Tavaly $y - 6$ férfi és $4y - 70$ nő dolgozott a gyárban.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ezek a gondolatok csak a megoldásból derülnek ki.*
A szöveg alapján: $3(y - 6) = 4y - 70$,	1 pont	
amiből $y = 52$.	1 pont	

15. c) második megoldás		
Ha idén a gyár összes dolgozójának száma z, akkor tavaly a dolgozók száma $z - 76$ volt. Tavaly a dolgozók negyede volt férfi, idén pedig az ötöde.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ezek a gondolatok csak a megoldásból derülnek ki.*
A szöveg alapján: $\frac{z-76}{4} + 6 = \frac{z}{5}$,	1 pont	
amiből $z = 260$.	1 pont	
Idén $(260 : 5 =)$ 52 férfi és $(260 - 52 =)$ 208 nő dolgozik a gyárban.	1 pont	
Ellenőrzés: $208 = 4 \cdot 52$, továbbá tavaly 46 férfi és $208 - 70 = 138$ nő dolgozott a gyárban, ami megfelel a feltételeknek $(138 = 46 \cdot 3)$.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

II. B

16. a) **első megoldás**		
A B pont az AD szakasz felezőpontja, ezért ha $D(d_1; d_2)$, akkor $8 = \frac{d_1 + (-8)}{2}$, amiből $d_1 = 24$.	1 pont	
Ugyanígy $0 = \frac{d_2 + (-12)}{2}$, amiből $d_2 = 12$.	1 pont	
Tehát $D(24; 12)$.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

16. a) **második megoldás**		
A tükrözés miatt $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD}$.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD} = (16; 12)$	1 pont	
Így a D-be mutató helyvektornak (egyben D-nek) a koordinátái: $\mathbf{d} = \mathbf{b} + \overrightarrow{AB} = (24; 12)$.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

16. a) **harmadik megoldás**		
A B pont az AD szakasz felezőpontja, ezért a helyvektorokra teljesül: $\mathbf{b} = \frac{\mathbf{a} + \mathbf{d}}{2}$.	1 pont	
Az origóból a D-be mutató helyvektornak (egyben D-nek) a koordinátái: $\mathbf{d} = 2\mathbf{b} - \mathbf{a} = 2 \cdot (8; 0) - (-8; -12) =$	1 pont	
$= (24; 12)$.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

16. a) **negyedik megoldás**		
A B pont első koordinátája 16-tal nagyobb, mint az A pont első koordinátája, tehát a D pont első koordinátája is 16-tal nagyobb, mint a B első koordinátája.	1 pont	
A B pont második koordinátája 12-vel nagyobb, mint az A pont második koordinátája, tehát a D pont második koordinátája is 12-vel nagyobb, mint a B második koordinátája.	1 pont	
Tehát a D pont koordinátái: $(24; 12)$.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

16. b)		
A háromszög magasságvonala a csúcson áthaladó, a szemközti oldal egyenesére merőleges egyenes.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
A B csúcson átmenő magasságvonal egyik normálvektora $\overrightarrow{AC} = (7;\,24)$,	1 pont	
tehát egyenlete $7x + 24y = 7\cdot 8 + 24\cdot 0 = 56$.	2 pont	
Összesen:	**4 pont**	

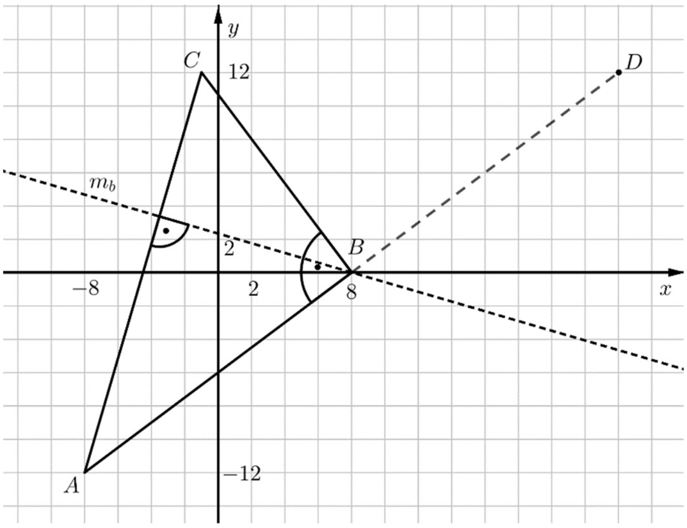
16. c) első megoldás		
A háromszög oldalainak hossza: $AB = \sqrt{16^2+12^2} = 20$, $BC = \sqrt{9^2+12^2} = 15$, $CA = \sqrt{7^2+24^2} = 25$.	2 pont	*Egy hiba esetén 1 pont, több hiba esetén 0 pont jár.*
Mivel $15^2+20^2 = 25^2$, ezért (a Pitagorasz-tétel megfordítása miatt) a háromszög valóban derékszögű (és a derékszög a B csúcsnál van).	2 pont	
Összesen:	**4 pont**	

16. c) második megoldás		
A háromszög két oldalvektora: $\overrightarrow{BA} = (-16;-12)$ és $\overrightarrow{BC} = (-9;12)$.	2 pont	
A két vektor skaláris szorzata: $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} = (-16;-12)\cdot(-9;12) = 144 - 144 = 0$, tehát valóban derékszög van a háromszög B csúcsánál.	2 pont	
Összesen:	**4 pont**	

16. c) harmadik megoldás		
Az AC oldal felezőpontja $K(-4{,}5;\,0)$,	1 pont	
melynek távolsága a három csúcstól egyenlő: $CK = AK = \sqrt{3{,}5^2+12^2} = 12{,}5$, és $BK = 12{,}5$.	2 pont	
A Thalész-tétel miatt ekkor valóban derékszög van a háromszög B csúcsánál.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

16. c) negyedik megoldás		
Az AB oldalegyenes meredeksége $\frac{0-(-12)}{8-(-8)} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$, a BC oldalegyenes meredeksége $\frac{12-0}{-1-8} = \frac{12}{-9} = -\frac{4}{3}$.	2 pont	

A két meredekség szorzata: $\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)=-1$, tehát a két oldalegyenes merőleges egymásra, azaz valóban derékszög van a háromszög B csúcsánál.	2 pont	
Összesen:	**4 pont**	



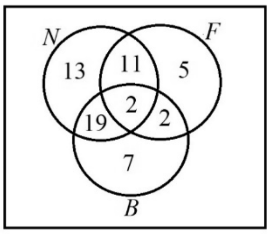
16. d) **első megoldás**		
Ha mindhárom pontot ugyanazzal a színnel színezzük, akkor három különböző színezés lehetséges.	1 pont	
Ha két színt használunk fel, akkor ezt a két színt háromféleképpen választhatjuk ki.	1 pont	
Legyen a két szín például a kék és a zöld. Ezzel a két színnel a három pontot 6-féleképpen színezhetjük ki: KKZ, KZK, ZKK, ZZK, ZKZ, KZZ.	2 pont	*Ha minden pont kék vagy zöld, akkor 2^3 lehetőség van, de ebből a 8-ból 2 eset olyan, amikor minden pont azonos színű.*
Így két színnel ($3\cdot 6 =$) 18 különböző színezés létezik.	1 pont	
A lehetséges színezések száma (3 + 18 =) 21.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

16. d) **második megoldás**		
Megszámoljuk a három pont három színnel történő színezési lehetőségeinek a számát, és ebből kivonjuk azokat, amikor mindhárom színt felhasználjuk.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
Három pontot három színnel $3^3 = 27$-féleképpen lehet kiszínezni.	2 pont	
Ezek között 3! = 6 olyan színezés van, amikor a három pont különböző színű.	2 pont	
A lehetséges színezések száma (27 – 6 =) 21.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó rendezetten felsorolja az összes lehetőséget, és ez alapján helyes választ ad, akkor teljes pontszámot kapjon.

17. a) első megoldás		
Az egymás utáni napokon elültetett fák száma egy olyan $\{a_n\}$ számtani sorozat első 30 tagját alkotja, melynek differenciája 2.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
A feladat szövege alapján: $S_{30} = \frac{2a_1 + 29 \cdot 2}{2} \cdot 30 = 3000$.	1 pont	
Ebből kapjuk, hogy az első napon $a_1 = 71$,	2 pont	
a 30. napon pedig $a_{30} = 71 + 29 \cdot 2 = 129$ fát kellett elültetni a terv teljesítéséhez. (Ezek megfelelnek a feladat feltételeinek.)	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

17. a) második megoldás		
Az egymás utáni napokon elültetett fák száma egy olyan $\{a_n\}$ számtani sorozat első 30 tagját alkotja, melynek differenciája 2.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
A számtani sorozat tulajdonsága alapján: $a_1 + a_{30} = a_2 + a_{29} = ... = a_{15} + a_{16} = \frac{3000}{15} = 200$.	1 pont	
$a_1 + a_1 + 58 = 200$, így az első napon $a_1 = 71$,	2 pont	
a 30. napon pedig $a_{30} = 200 - 71 = 129$ fát kellett elültetni a terv teljesítéséhez. (Ezek megfelelnek a feladat feltételeinek.)	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

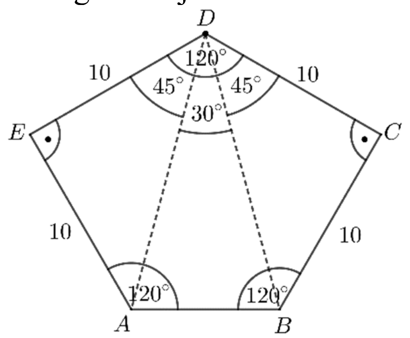
17. b)		
Helyesen kitöltött halmazábra. 	4 pont	
Összesen (13 + 11 + 5 + 19 + 2 + 2 + 7 =) 59 fa kapott valamilyen jelölést.	1 pont	45 + 30 + 20 – – (21 + 13 + 4) + 2
Így (3000 – 59 =) 2941 fa nem kapott semmilyen jelölést a telepítettek között.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

17. c)		
Egy év alatt a faállomány az 1,03-szorosára változik.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*

(Ha x év múlva lesz 16 000 m^3 a faállomány, akkor) $10\,000 \cdot 1{,}03^x = 16\,000$	1 pont	
$1{,}03^x = 1{,}6$	1 pont	
$x = \log_{1,03} 1{,}6 \left(= \frac{\lg 1{,}6}{\lg 1{,}03} \right) \approx 15{,}9$	2 pont	*Mindkét oldal 10-es alapú logaritmusát véve és a megfelelő azonosságot alkalmazva:* $x \cdot \lg 1{,}03 = \lg 1{,}6$, *amiből* $x \approx 15{,}9$.
Tehát kb. 16 év múlva éri el a faállomány a 16 000 m^3-t.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

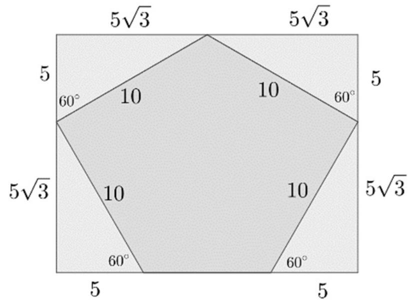
Megjegyzések:
1. Ha a vizsgázó évről évre helyes kerekítéssel kiszámolja a faállományt, és ez alapján helyesen válaszol, akkor teljes pontszámot kapjon.
2. Ha a vizsgázó egyenlet helyett egyenlőtlenséggel dolgozik, akkor a megfelelő pontok járnak.

18. a)		
Az ötszög belső szögeinek összege $3 \cdot 180° = 540°$.	1 pont	
A hiányzó szögek nagysága (a szimmetria miatt) $(540° - 3 \cdot 120°) : 2 = 90°$ valóban.	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	

18. b)		
Az AD és BD átlók az ötszöget két egyenlő szárú derékszögű háromszögre és egy harmadik (egyenlő szárú) háromszögre bontják. 	1 pont	
$T_{AED} = T_{BCD} = \frac{10 \cdot 10}{2} = 50$ (cm^2)	1 pont	
Az AD és a BD szakasz hossza Pitagorasz-tétellel: $\sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2} \approx 14{,}14$ (cm).	1 pont	
Az ADB háromszögben a szárak által bezárt szög 30°-os, így a háromszög területe: $T_{ADB} = \frac{10\sqrt{2} \cdot 10\sqrt{2} \cdot \sin 30°}{2} = 50$ (cm^2).	2 pont	*Az ADB háromszögben az AD oldalhoz tartozó magasság hossza:* $m \approx 14{,}14 \cdot \sin 30° = 7{,}07$, *így* $T_{ADB} \approx 49{,}98$ (cm^2).
$T_{ABCDE} = 2 \cdot 50 + 50 = 150$ cm^2	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

Megjegyzések:
1. 1-1 pont jár az EDC háromszög területének ($T \approx 43{,}3\ \text{cm}^2$)*, az EC oldal hosszának* ($EC \approx 17{,}32$ cm)*, az ABCE trapéz magasságának* ($m \approx 8{,}66$ cm)*, az AB oldal hosszának* ($AB \approx 7{,}32$ cm) *és a trapéz területének* ($t \approx 106{,}7\ \text{cm}^2$) *kiszámításáért. További 1 pont jár a helyes válaszért* ($T + t \approx 150\ \text{cm}^2$).

2. Az ötszöget téglalapba foglalva, a téglalap területe $10\sqrt{3}\left(5+5\sqrt{3}\right)=50\sqrt{3}+150$.
A négy kiegészítő derékszögű háromszög egybevágó, együttes területük: $4\cdot\frac{25\sqrt{3}}{2}=50\sqrt{3}$.
Az ötszög területe tehát 150 cm^2.



18. c)		
1 óra alatt külön-külön elvégzik a munka $\frac{1}{20}$, illetve $\frac{1}{30}$ részét.	1 pont	
1 óra alatt együtt az $\frac{1}{20}+\frac{1}{30}$ részét végzik el a munkának.	1 pont	*Az együtt végzett munkához szükséges időt (órában mérve) jelölje x. Ekkor* $\frac{1}{20}x+\frac{1}{30}x=1$.
$\frac{1}{20}+\frac{1}{30}=\frac{3+2}{60}=\frac{5}{60}$	1 pont	$\frac{5}{60}x=1$
Együtt dolgozva $\frac{60}{5}$ = 12 óra alatt végeznek.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

18. d)		
Annak a valószínűsége, hogy egy adott matricával jelzett dobozban a matricán szereplő színű kő van $1 - 0{,}01 = 0{,}99$.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
Annak a valószínűsége, hogy mind a 21 kiválasztott dobozban szürke kő lesz $0{,}99^{21} \approx 0{,}8097$.	1 pont	
Annak a valószínűsége, hogy 20 dobozban szürke, egy dobozban sárga színű kő lesz: $\binom{21}{20}\cdot 0{,}99^{20}\cdot 0{,}01 \approx 0{,}1718$.	2 pont	
A keresett valószínűség ezek összege: $0{,}8097 + 0{,}1718 \approx 0{,}9815$.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	