

	a feladat sorszáma	pontszám	
		maximális	elért
II. A rész	13.	10	
	14.	12	
	15.	14	
II. B rész		17	
		17	
ÖSSZESEN		← nem választott feladat 70	

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	100	

dátum

javító tanár

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2020. október 20.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

2020. október 20. 8:00

II.

Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Egy huszonnyalas acélszög három forgástestre bontható. A feje egy olyan csontkakúp, amelynek alapköre 5 mm, fedőköre 2 mm átmérőjű, magassága pedig 1 mm. A szög hengeres része 25 mm hosszú, átmérője szintén 2 mm. Végül a szög hegye egy olyan forgácskúpnak tekinthető, melynek magassága 2,5 mm, alapkörének átmérője pedig 2 mm.



- a) Mekkora egy ilyen acélszög teljes hossza?
- A barkácsboltban 10 dkg huszonnyalas acélszöveget kértünk.
- b) Körülbelül hány darab szöveget kapunk, ha a szög anyagának sűrűsége 7,8 g/cm³?
(Tömeg = sűrűség × térfogat.)

Megkértünk 50 embert, hogy egy barkácsboltban vegyenek egy-egy marék (kb. 10 dkg) acélszöveget ugyanabból a fajtából, majd megszámloltuk, hogy hány darab szöveget vásároltak. Az alábbi táblázat mutatja a darabszámok eloszlását.

a vásárolt szögek száma (db)	gyakorisága	a vásárolt szögek száma (db)	gyakorisága
120-124	1	140-144	10
125-129	2	145-149	7
130-134	6	150-154	5
135-139	17	155-159	2

- c) Készítsen oszlopdiagramot a táblázat alapján!
- d) Számítsa ki az 50 adat mediánját és átlagát! Mindkét esetben az osztályközeppekkel (az egyes osztályok alsó és felső határának átlagával) számoljon!

a)	2 pont
b)	8 pont
c)	3 pont
d)	4 pont
Ö.::	17 pont

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A B részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe! Ha a javító tanár számára nem derül ki egyértelműen, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!

6. Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!
7. A gondolatmenet kifejtése során a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban feltehető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a π és e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.

8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrésztetet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!

A

- 13.** **a)** Gondoltam egy számra. A szám felétől kivontam 5-öt, a különbséget megszoroztam 4-gyel, majd az így kapott számhoz hozzáadtam 8-at. Így éppen az eredeti számot kaptam eredményül. Melyik számra gondoltam?
- b)** Egy számtani sorozat tizedik tagja 18, harmincadik tagja 48. Adja meg a sorozat első tagját és differenciáját!

a)	5 pont	
b)	5 pont	
Ö.:	10 pont	

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

17. Tekintsük az A, B, C, D és E pontokat egy gráf csúcsainak.

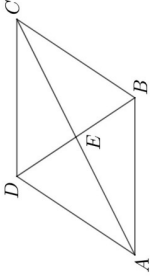
$D \bullet \quad \bullet C$

$\bullet E$

$A \bullet \quad \bullet B$

- a) Egészítse ki élekkel a fenti ábrát úgy, hogy a kapott gráfban minden csúcs fokszáma 2 vagy 3 legyen!
- b) Lehet-e olyan 5 csúcsú gráfot rajzolni, amelyben minden csúcs fokszáma pontosan 3?

Az A, B, C, D pontok egy paralelogrammát alkotnak, az E pont az átlók metszéspontja.



- c) Fejezze ki az $\overrightarrow{AB}$ vektort a $\overrightarrow{DA}$ és $\overrightarrow{DE}$ vektorok segítségével!

Egy $ABCD$ paralelogrammát elhelyeztünk a koordináta-rendszerben. Tudjuk, hogy az AB egyenes egyenlete $2x - 5y = -4$, az AD egyenes egyenlete pedig $3x - 2y = -6$.
A C pont koordinátái $(5; 5)$, a B pont első koordinátája 3.

- d) Határozza meg a paralelogramma A, B és D csúcsának koordinátáit!

a)	2 pont
b)	3 pont
c)	3 pont
d)	9 pont
Ö.:	17 pont

14. Az ABC derékszögű háromszög BC befogójának hossza 40 cm, AB átfogójának hossza 41 cm.

- a) Mekkora a háromszög területe? Válaszát dm^2 -ben adja meg!
- b) Mekkora a háromszög hegyesszögei?
- c) Mekkora a háromszög köré írt kör kerülete? Válaszát egész centiméterre kerekítve adja meg!

a)	5 pont
b)	3 pont
c)	4 pont
Ö.::	12 pont

B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. A Föld Nap körüli pályájának hossza kb. 939 millió km. A Föld egy teljes Nap körüli „kört” kb. 365,25 nap alatt tesz meg.

a) Számítsa ki, hogy hány km/h a Föld átlagssebessége egy teljes kör megtétele során!

A Naprendszer Naptól legtovábbi bolygója a Neptunusz, mely kb. 4,2 fényóra távol-ságra van a Naptól. A fényóra az a távolság, melyet a fény egy óra alatt megtesz.

b) Számítsa ki a Neptunusz kilométerben mért távolságát a Naptól! Válaszát normál-alakban adja meg! (A fény egy másodperc alatt kb. 300 000 km-t tesz meg.)

A Naprendszer bolygói: Merkúr, Vénusz, Föld, Mars, Jupiter, Szaturnusz, Uránusz és Neptunusz. Egy földrajzdogozatban a Naptól való távolságuk sorrendjében kell megadni a bolygókat. Judit csak abban biztos, hogy a Föld a harmadik a sorban, a Neptunusz pedig a legutolsó. Ezeket helyesen írja a megfelelő helyre. Emlékszik még arra is, hogy a Nap-hoz a Merkúr és a Vénusz van a legközelebb, de a sorrendjüket nem tudja, így e két bolygó sorrendjére is csak tippel. Végül a többi négy bolygó nevét véletlenszerűen írja be a meg-maradt helyekre.

c) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy Judit éppen a helyes sorrendben adja meg a bolygókat!

A nyolc bolygó nevét egy-egy cédulára felírjuk, és ezeket beletesszük egy kalapba. Két-szer húzunk a kalapból véletlenszerűen egy-egy cédulát.

d) Visszatevéses vagy visszatevés nélküli húzás esetén nagyobb a valószínűsége an-nak, hogy legalább az egyik kihúzott cédulán a Föld neve szerepel? (Visszatevéses húzás esetén az először húzott cédulát a második húzás előtt visszatesszük, vissza-tevés nélküli húzás esetén nem tesszük vissza.)

a)	3 pont
b)	3 pont
c)	4 pont
d)	7 pont
Ö.::	17 pont

15. Egy klímakutató a globális éves középhőmérséklet alakulását vizsgálja. Rendelkezésére állnak a Föld évenkénti középhőmérsékleti adatai 1900-tól kezdve. A kutató az adatok alapján az alábbi f függvénnyel modellezi az éves középhőmérséklet alakulását:

$$f(x) = 0,0001x^2 - 0,0063x + 15,2.$$

A képletben x az **1900 óta eltelt** évek számát, $f(x)$ pedig az adott év középhőmérsékletét jelöli Celsius-fokban ($0 \leq x \leq 119$).

- a) Számítsa ki, hogy a modell szerint 2018-ban hány fokkal volt magasabb az éves középhőmérséklet, mint 1998-ban!
- b) Melyik évben volt az éves középhőmérséklet 15,42 °C?

A kutató (a 2000 óta mért adatok alapján tett) egyik feltételezése szerint 2018 utáni néhány évztizedben a globális éves középhőmérséklet alakulását a következő függvénnyel lehet előre jelezni:

$$g(t) = 15,92 \cdot 1,002^t.$$

Ebben a képletben t a 2018 óta eltelt évek számát, $g(t)$ pedig az adott év becsült középhőmérsékletét jelöli Celsius-fokban ($0 \leq t$).

- c) Ezt a modellt alkalmazva számítsa ki, hogy melyik évben lesz az éves középhőmérséklet 16,7 °C!

a)	4 pont
b)	5 pont
c)	5 pont
Ö.:	14 pont