ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2020. október 20.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

2020. október 20. 8:00

I.

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.

2. A megoldások sorrendje tetszőleges.

3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!

4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja,** a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!

5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!

7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon**!

1. Adottak a következő halmazok:
$A = \{1; 3; 6; 10; 15\}$;
$B = \{1; 4; 10; 20\}$.
Elemei felsorolásával adja meg az $A \cap B$ és az $A \setminus B$ halmazt!

$A \cap B =$	1 pont	
$A \setminus B =$	1 pont	

2. Anna öt napon át egy 200 méter hosszú futókörre jár futni. Az első nap 5 kört fut, majd a második naptól kezdve minden nap 1 körrel többet fut, mint az előző napon.
Hány métert fut Anna összesen az öt nap alatt?

Összesen métert fut.	2 pont	

3. Milyen számjegyet írjunk az x helyére, hogy a $\overline{202x}$ négyjegyű szám osztható legyen 12-vel?

$x =$	2 pont	

4. Az alábbi számok közül melyik az, amelyik a 2^{100} szám kétszeresével egyenlő?

2^{101} 2^{102} 2^{200} 4^{100}

	2 pont	

5. Az egyik héten a következő számokat húzták ki az ötös lottón: 16, 24, 36, 54, 81.
Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

A: A héten kihúzott öt lottószám mindegyike osztható 3-mal.
B: A héten kihúzott öt lottószám közül három négyzetszám.
C: A héten kihúzott öt lottószám tekinthető egy mértani sorozat első öt tagjának.

A: B: C:	2 pont	

6. Adott a valós számok halmazán értelmezett *f* függvény: $f(x) = 10^{\frac{x}{4}}$.

a) Határozza meg $f(12)$ értékét!
b) Adja meg azt az x valós számot, amelyre $f(x) = 100$.

a) $f(12) =$	1 pont	
b) $x =$	2 pont	

7. Egy 15 000 Ft-os termék árát a kereskedő október végén 25%-kal felemelte.
Hány százalékos „kedvezménnyel” adja a terméket a november végi leárazáskor, ha ekkor újra 15 000 Ft-os áron hirdeti?
Megoldását részletezze!

	2 pont	
%-os kedvezménnyel	1 pont	

8. Egy *b* élhosszúságú kocka felszíne 13,5 cm^2.
Mekkora a felszíne egy 2*b* élhosszúságú kockának?
Megoldását részletezze!

	2 pont	
A felszín:	1 pont	

9. Hány különböző hatjegyű szám készíthető két darab 2-es és négy darab 4-es számjegy felhasználásával?

	2 pont	

10. Adott a [–2; 2] zárt intervallumon értelmezett $x \mapsto x^2 - 1$ függvény.

a) Határozza meg a függvény értékkészletét!
b) Adja meg a függvény zérushelyeit!

a)	2 pont	
b)	2 pont	

11. Négy osztálytárs megmérte, hogy hány perc alatt érnek be kedden reggel az iskolába.
A kapott adatok: 38, 30, 26, 26.
Számítsa ki az időtartamok átlagát és szórását!

Az átlag:	1 pont	
A szórás:	2 pont	

12. Két szabályos dobókockával egyszerre dobva mennyi annak a valószínűsége, hogy két különböző számot dobunk?

	2 pont	

		pontszám	
		maximális	elért
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	2	
	3. feladat	2	
	4. feladat	2	
	5. feladat	2	
	6. feladat	3	
	7. feladat	3	
	8. feladat	3	
	9. feladat	2	
	10. feladat	4	
	11. feladat	3	
	12. feladat	2	
	ÖSSZESEN	**30**	

dátum | javító tanár

	pontszáma **egész számra** kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		

dátum | dátum

javító tanár | jegyző

Megjegyzések:
1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2020. október 20.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2020. október 20. 8:00

II.

Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

13. **a)** Gondoltam egy számra. A szám feléből kivontam 5-öt, a különbséget megszoroztam 4-gyel, majd az így kapott számhoz hozzáadtam 8-at. Így éppen az eredeti számot kaptam eredményül. Melyik számra gondoltam?

b) Egy számtani sorozat tizedik tagja 18, harmincadik tagja 48. Adja meg a sorozat első tagját és differenciáját!

a)	5 pont	
b)	5 pont	
Ö.:	10 pont	

14. Az ABC derékszögű háromszög BC befogójának hossza 40 cm, AB átfogójának hossza 41 cm.

a) Mekkora a háromszög területe? Válaszát dm^2-ben adja meg!

b) Mekkorák a háromszög hegyesszögei?

c) Mekkora a háromszög köré írt kör kerülete? Válaszát egész centiméterre kerekítve adja meg!

a)	5 pont	
b)	3 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

15. Egy klímakutató a globális éves középhőmérséklet alakulását vizsgálja. Rendelkezésére állnak a Föld évenkénti középhőmérsékleti adatai 1900-tól kezdve. A kutató az adatok alapján az alábbi f függvénnyel modellezi az éves középhőmérséklet alakulását:

$$f(x) = 0{,}0001x^2 - 0{,}0063x + 15{,}2.$$

A képletben x az **1900 óta eltelt** évek számát, $f(x)$ pedig az adott év középhőmérsékletét jelöli Celsius-fokban ($0 \le x \le 119$).

a) Számítsa ki, hogy a modell szerint 2018-ban hány fokkal volt magasabb az éves középhőmérséklet, mint 1998-ban!

b) Melyik évben volt az éves középhőmérséklet 15,42 °C?

A kutató (a 2000 óta mért adatok alapján tett) egyik feltételezése szerint 2018 utáni néhány évtizedben a globális éves középhőmérséklet alakulását a következő függvénnyel lehet előre jelezni:

$$g(t) = 15{,}92 \cdot 1{,}002^t.$$

Ebben a képletben t a 2018 óta eltelt évek számát, $g(t)$ pedig az adott év becsült középhőmérsékletét jelöli Celsius-fokban ($0 \le t$).

c) Ezt a modellt alkalmazva számítsa ki, hogy melyik évben lesz az éves középhőmérséklet 16,7 °C!

a)	4 pont	
b)	5 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	14 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. A Föld Nap körüli pályájának hossza kb. 939 millió km. A Föld egy teljes Nap körüli „kört” kb. 365,25 nap alatt tesz meg.

a) Számítsa ki, hogy hány km/h a Föld átlagsebessége egy teljes kör megtétele során!

A Naprendszer Naptól legtávolabbi bolygója a Neptunusz, mely kb. 4,2 fényóra távolságra van a Naptól. A fényóra az a távolság, melyet a fény egy óra alatt megtesz.

b) Számítsa ki a Neptunusz kilométerben mért távolságát a Naptól! Válaszát normálalakban adja meg! (A fény egy másodperc alatt kb. 300 000 km-t tesz meg.)

A Naprendszer bolygói: Merkúr, Vénusz, Föld, Mars, Jupiter, Szaturnusz, Uránusz és Neptunusz. Egy földrajzdolgozatban a Naptól való távolságuk sorrendjében kell megadni a bolygókat. Judit csak abban biztos, hogy a Föld a harmadik a sorban, a Neptunusz pedig a legutolsó. Ezeket helyesen írja a megfelelő helyre. Emlékszik még arra is, hogy a Naphoz a Merkúr és a Vénusz van a legközelebb, de a sorrendjüket nem tudja, így e két bolygó sorrendjére is csak tippel. Végül a többi négy bolygó nevét véletlenszerűen írja be a megmaradt helyekre.

c) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy Judit éppen a helyes sorrendben adja meg a bolygókat!

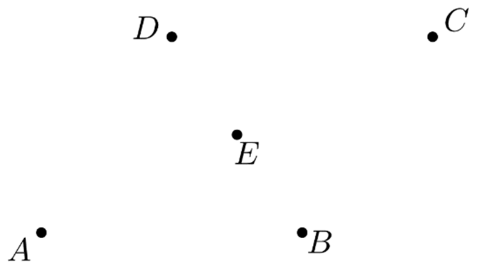
A nyolc bolygó nevét egy-egy cédulára felírjuk, és ezeket beletesszük egy kalapba. Kétszer húzunk a kalapból véletlenszerűen egy-egy cédulát.

d) Visszatevéses vagy visszatevés nélküli húzás esetén nagyobb a valószínűsége annak, hogy legalább az egyik kihúzott cédulán a Föld neve szerepel? (Visszatevéses húzás esetén az először húzott cédulát a második húzás előtt visszatesszük, visszatevés nélküli húzás esetén nem tesszük vissza.)

a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	4 pont	
d)	7 pont	
Ö.:	17 pont	

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

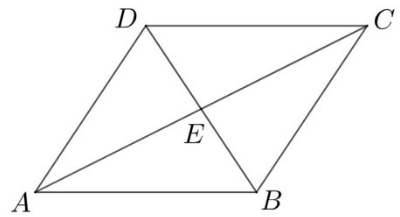
17. Tekintsük az A, B, C, D és E pontokat egy gráf csúcsainak.



a) Egészítse ki élekkel a fenti ábrát úgy, hogy a kapott gráfban minden csúcs fokszáma 2 vagy 3 legyen!

b) Lehet-e olyan 5 csúcsú gráfot rajzolni, amelyben minden csúcs fokszáma pontosan 3?

Az A, B, C, D pontok egy paralelogrammát alkotnak, az E pont az átlók metszéspontja.



c) Fejezze ki az $\overrightarrow{AB}$ vektort a $\overrightarrow{DA}$ és $\overrightarrow{DE}$ vektorok segítségével!

Egy $ABCD$ paralelogrammát elhelyeztünk a koordináta-rendszerben. Tudjuk, hogy az AB egyenes egyenlete $2x - 5y = -4$, az AD egyenes egyenlete pedig $3x - 2y = -6$.
A C pont koordinátái (5; 5), a B pont első koordinátája 3.

d) Határozza meg a paralelogramma A, B és D csúcsának koordinátáit!

a)	2 pont	
b)	3 pont	
c)	3 pont	
d)	9 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Egy huszonnyolcas acélszög három forgástestre bontható. A feje egy olyan csonkakúp, amelynek alapköre 5 mm, fedőköre 2 mm átmérőjű, magassága pedig 1 mm. A szög hengeres része 25 mm hosszú, átmérője szintén 2 mm. Végül a szög hegye egy olyan forgáskúpnak tekinthető, melynek magassága 2,5 mm, alapkörének átmérője pedig 2 mm.

a) Mekkora egy ilyen acélszög teljes hossza?

A barkácsboltban 10 dkg huszonnyolcas acélszöget kérünk.

b) Körülbelül hány darab szöget kapunk, ha a szög anyagának sűrűsége 7,8 g/cm^3? (Tömeg = sűrűség × térfogat.)

Megkértünk 50 embert, hogy egy barkácsboltban vegyenek egy-egy marék (kb. 10 dkg) acélszöget ugyanabból a fajtából, majd megszámoltuk, hogy hány darab szöget vásároltak. Az alábbi táblázat mutatja a darabszámok eloszlását.

a vásárolt szögek száma (db)	gyakorisága
120-124	1
125-129	2
130-134	6
135-139	17

a vásárolt szögek száma (db)	gyakorisága
140-144	10
145-149	7
150-154	5
155-159	2

c) Készítsen oszlopdiagramot a táblázat alapján!

d) Számítsa ki az 50 adat mediánját és átlagát! Mindkét esetben az osztályközepekkel (az egyes osztályok alsó és felső határának átlagával) számoljon!

a)	2 pont	
b)	8 pont	
c)	3 pont	
d)	4 pont	
Ö.:	17 pont	

	a feladat sorszáma	pontszám maximális	elért	összesen
II. A rész	13.	10		
	14.	12		
	15.	14		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
	ÖSSZESEN	**70**		

	pontszám maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	**100**	

dátum

javító tanár

	pontszáma **egész számra** kerekítve: elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző