

	a feladat sorszáma	pontszám	
		maximális	elért
II. A rész	13.	13	
	14.	11	
	15.	12	
II. B rész		17	
		17	
ÖSSZESEN		← nem választott feladat 70	

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	100	

_____ dátum _____ javító tanár

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

_____ dátum _____ dátum

_____ javító tanár _____ jegyző

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2021. május 4.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

2021. május 4. 9:00

II.

Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

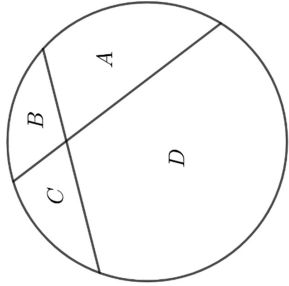
18. A k kör egyenlete a koordináta-rendszerben: $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 15 = 0$.

- a) Igazolja, hogy a kör középpontjának koordinátái $(1; 2)$, és adja meg a kör sugarát!

Az A pont illeszkedik a k körre, első koordinátája 3, második koordinátája pozitív szám.

- b) Írja fel az A ponton átmenő, a kört érintő egyenes egyenletét!

Az alábbi körlap négy tartományát szeretnénk egy-egy színnel kiszínezni úgy, hogy szomszédos tartományok ne legyenek azonos színűek. (Például az A -val jelölt tartomány szomszédos B -vel és D -vel, de nem szomszédos C -vel.) A színezéshez a piros, sárga, kék és zöld színek állnak rendelkezésünkre.



- c) Hányféleképpen végezhetjük el a színezést, ha legalább három színt fel kell használnunk?

a)	4 pont
b)	7 pont
c)	6 pont
Ö.:	17 pont

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédszerszám használata tilos!

5. A **megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**

6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**

7. A gondolatmenet kifejtése során a **zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el: összeadás, kivonás,**

szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\left(\begin{smallmatrix} n \\ k \end{smallmatrix}\right)$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fel-

lelhető táblázatok helyettesítése ($\sin$, $\cos$, $\lg$, $\log$ és ezek inverzei), a π és e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokról nem jár pont.**

8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell*.

9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!

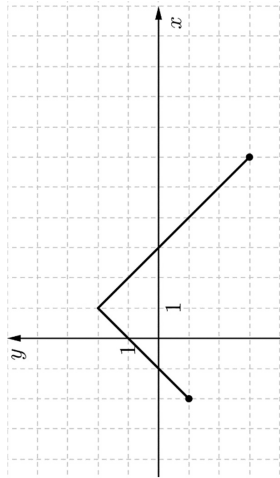
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!

12. Kérjük, hogy a **szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

13. Az alábbi ábrán a $[-2, 6]$ zárt intervallumon értelmezett $f(x) = -|x - 1| + 2$ függvény grafikonja látható.



- a) Jellemezze a függvényt a következő szempontok szerint:
 - zérushelyek;
 - maximum helye és értéke;
 - értékészlet.
- b) Az $[1; 6]$ intervallumon a függvény az $x \mapsto m \cdot x + b$ hozzárendeléssel is megadható. A grafikon alapján határozza meg m és b értékét!
- c) Mely x valós számok esetén teljesül az $f(x) < 1$ egyenlőtlenség?

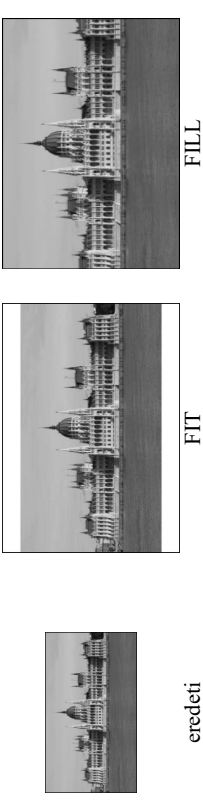
a)	6 pont
b)	3 pont
c)	4 pont
Ö.:	13 pont

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Egy darab A4-es méretű, tehát 210×297 mm-es irodai másolópapír tömege jó közelítéssel 5 gramm. A másolópapír sűrűsége $0,8 \text{ gramm/cm}^3$.

- a) Határozza meg a másolópapír vastagságát!
Válaszát milliméterben adja meg! (sűrűség = tömeg/térfogat)

Egy $2 : 3$ oldalarányú, 10×15 cm-es (fekvő formátumú) fotóról (fekvő) A4-es méretű nagyítást szeretnénk készíteni. A fotó és az A4-es papír oldalaránya nem egyezik meg, ezért két megoldás közül választhatunk.
A FIT-eljárás alkalmazása esetén a teljes kép látható lesz a nagyításon, de az oldalarány-különbség miatt a lap alsó és felső szélén két, egyenlő szélességű fehér csík keletkezik.
A FILL-eljárás alkalmazása esetén a nagyításon nem lesz fehér csík, csupán az eredeti kép bal és jobb széléről marad le két egybevágó, téglalap alakú rész.



- b) Határozza meg a FIT-eljárás alkalmazása esetén keletkező fehér csíkok szélességét!
- c) A FILL-eljárás alkalmazása esetén az eredeti kép területének hány százaléka marad le a nagyításról?

Egy fotókidolgozóval foglalkozó vállalkozás 10×15 cm-es nagyítás megrendelése esetén a következő árakkal dolgozik:

1-50 db kép megrendelése esetén 59 Ft/kép;
51-100 db kép megrendelése esetén 49 Ft/kép;
100-nál több kép megrendelése esetén 39 Ft/kép.

Balázs 51 darab 10×15 -ös képet rendelt. Hajni kevesebb képet rendelt, végül mégis többet fizetett, mint Balázs.

- d) Hány képet rendelhetett Hajni?

a)	4 pont
b)	4 pont
c)	5 pont
d)	4 pont
Ö.:	17 pont

14. Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

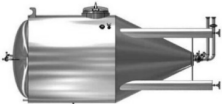
a) $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-2} = \frac{5}{6}$, ahol $x \neq 2$ és $x \neq 3$

b) $7^{x+2} - 7^{x+1} = 2058$

a)	6 pont	
b)	5 pont	
Ö.:	11 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!



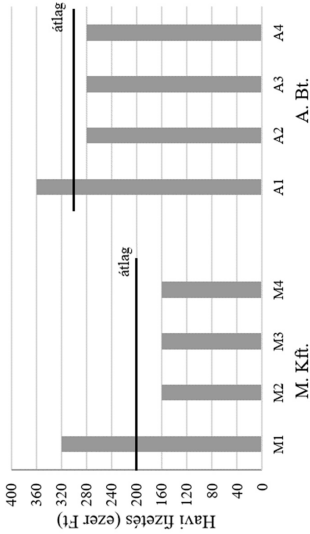
16. Egy fémipari kisvállalkozás acéltartályokat gyárt. A tartály folyadékkal megtölthető része egy forgáskúpból és egy rá illeszkedő forgáshengerből áll. A kúp és a henger alapkörének átmérője egyaránt 80 cm, a kúp magassága 110 cm, a henger magassága 120 cm.

- a) Legfeljebb hány liter folyadék fér a tartályba?
- b) Mekkora a kúp nyílásszöge?

A tartályok a sorozatgyártás megkezdésekor még viszonylag magas hibaaránnal készülnek: 8% annak a valószínűsége, hogy egy elkészülő tartály hibás lesz.

- c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy 10 elkészülő tartály között legfeljebb egy hibás lesz!

Két fémipari kisvállalkozásnak négy-négy dolgozója van. Az alábbi diagramon az ő havi fizetésüket és ezek (cégen belüli) átlagát ábrázoltuk.



- d) Melyik cégnél nagyobb a havi fizetések szórása? Válaszát indokolja!

a)	5 pont
b)	4 pont
c)	5 pont
d)	3 pont
Ö.:	17 pont

15. Egy 32 fős osztályban 13 lány van.

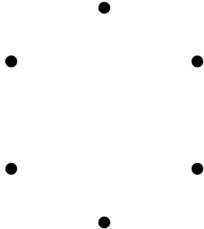
- a) Az osztály tanulói közül kettőt véletlenszerűen kiválasztunk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy két lányt választunk?

Ebben a tanévben három filmvetítést tartott az iskola filmklubja. A 32 fős osztály minden tanulója részt vett legalább az egyik vetítésen. Közülük az első filmet 11-en, a másodikat 14-en látták, és 3 olyan tanuló volt, aki az elsőt és a másodikat is megnézte.

- b) Hány olyan tanuló van az osztályban, aki csak a harmadik filmet látta?

Egy új közösségi oldalon Anna, Bence, Cili, Dénes, Edit és Feri már regisztrálta magát. Ahhoz, hogy két regisztrált felhasználó ismerős legyen az oldalon, kölcsönösen be kell jelölniük egymást. A 6 fő között Anna már csak Bencével *nem ismerős*, a többiekkel igen. Cili (Annán kívül) Ferivel, Bence pedig csupán Edittel *ismerős*. Dénes, Edit és Feri még *nem ismerősei* egymásnak az oldalon.

- c) Szemléltesse gráffal, hogy a 6 fő közül ki kívül *ismerős* ezen a közösségi oldalon, és adja meg, hány olyan „pár” van közöttük, akik még *nem ismerősei* egymásnak?



a)	4 pont
b)	4 pont
c)	4 pont
Ö.:	12 pont